



18.2.2 菱形(第 1 课时)

学案设计

学习目标

1. 知道菱形的定义和它与平行四边形的特殊联系.
2. 通过操作,能概括菱形的特殊性质,会用菱形的性质进行相关的证明、计算.(重点)
3. 通过对菱形性质的探究和反思,获得解决问题的经验和方法,养成科学的思维习惯.(难点)

学习过程

一、合作探究

探究一:定义

菱形:_____

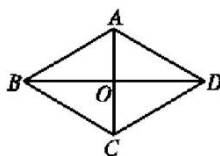
几何语言:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

且 $AB=BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

探究二:菱形性质



1. 找出图中菱形边、角、对角线的关系:

边__.

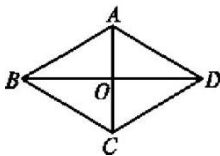
角__.

对角线__.

猜想 1(边)

验证:已知:四边形 $ABCD$ 是菱形,

求证: $AB=BC=CD=AD$.



证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB=AD$ (菱形定义),

$AB=CD, AD=BC$ (平行四边形的性质),

$\therefore AB=BC=CD=DA$.

总结:

1. 菱形的四条边_____.

2. 几何语言:

$\because$ 四边形是菱形,

$\therefore$ _____ = _____ = _____ = _____.

猜想 2(对角线)

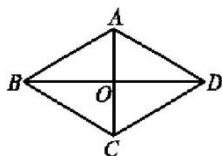


验证:已知:菱形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O ,

求证:(1) $AC \perp BD$.

(2) AC 平分 $\angle DAB$ 和 $\angle DCB$,

BD 平分 $\angle ADC$ 和 $\angle ABC$.



证明:(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB=AD, OB=OD$,

$\therefore AC \perp BD$.

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB=AD, OB=OD$,

$\therefore AC \perp BD, AC$ 平分 $\angle BAD$.

(等腰三角形三线合一)

同理可证, AC 平分 $\angle BCD, BD$ 平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ADC$.

总结:

1.菱形的对角线互相_____且_____每一组对角.

2.几何语言

$\because$ 四边形是菱形,

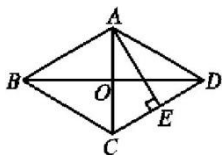
$\therefore AC$ _____ BD, AC _____ $\angle BAD$,

AC _____ $\angle BCD, BD$ _____ $\angle ABC$ 和 $\angle ADC$.

探究三:(菱形面积)

已知菱形 $ABCD$,

求证: $S_{\text{菱形} ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$



证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD, OA=OC, OB=OD$.

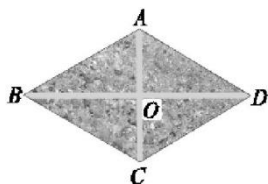
$$S_{\text{菱形} ABCE} = 4S_{\triangle ABO} = 4 \times \frac{1}{2} AO \cdot BO$$

$$= \frac{1}{2} \times 2AO \cdot 2BO$$

$$= \frac{1}{2} AC \cdot BD.$$

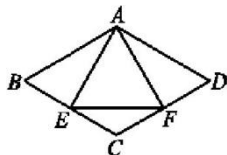
二、自主练习

【例题】 (课本):如图,菱形花坛 $ABCD$ 的边长为 20 m, $\angle ABC=60^\circ$,沿着菱形的对角线修建了两条小路 AC 和 BD .求两条小路的长(结果保留小数点后两位)和花坛的面积(结果保留小数点后一位).



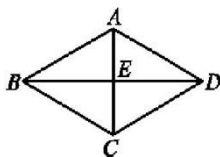
三、跟踪练习

1. 若菱形 $ABCD$, $AC=6$ cm, $BD=8$ cm, 则菱形的周长=_____.
2. 若菱形 $ABCD$, $\angle ABC=60^\circ$, $AB=4$ cm, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 则 BC =_____, AC =_____, AO =_____, BO =_____, BD =_____.
3. (1) 若菱形的边长等于一条对角线的长, 则它的一组邻角的度数分别为_____.
(2) 已知菱形 $ABCD$ 的周长为 20 cm, 且相邻两内角之比是 1 : 2, 则菱形的两条对角线的长为_____, 面积是_____.
4. 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle D : \angle A = 3 : 1$, 菱形的周长为 8 cm, 则菱形的高_____.
5. 已知: 如图, 菱形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 CB, CD 上的点, 且 $BE=DF$. 求证: $\angle AEF = \angle AFE$.

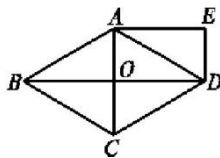


四、变式演练

1. 如图, 四边形 $ABCD$ 是边长为 13 cm 的菱形, 其中对角线 AC 长 10 cm. 求 (1) 对角线 BD 的长度; (2) 菱形 $ABCD$ 的面积.



2. (2016·吉林中考) 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O , 且 $DE \parallel AC, AE \parallel BD$. 求证: 四边形 $AODE$ 是矩形.



五、达标检测

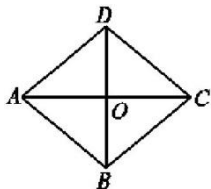
1. 下列性质中, 菱形对角线不具有的是()



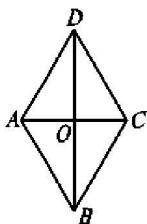
- A. 对角线互相垂直
B. 对角线所在直线是对称轴
C. 对角线相等
D. 对角线互相平分

2. 如图, 菱形 $ABCD$ 的两条对角线相交于 O , 若 $AC=16, BD=12$, 则菱形 $ABCD$ 的周长是 ()

- A. 32 B. 24 C. 40 D. 20

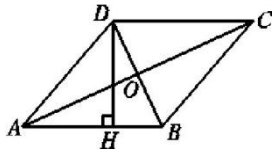


3. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 且 $AC=2$, 若 $AB=2$, 则 BD 的长为 ()



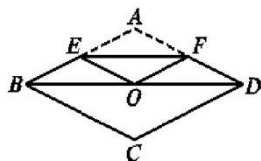
- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

4. 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, 对角线 $AC=8, DB=6, DH \perp AB$ 于点 H , 则 DH 的长为 ()



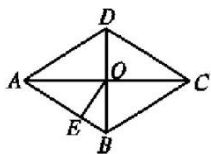
- A. 4.8 cm B. 5 cm
C. 9.6 cm D. 10 cm

5. 如图, 将边长为 4 的菱形 $ABCD$ 纸片折叠, 使点 A 恰好落在对角线的交点 O 处, 若折痕 $EF=2\sqrt{3}$, 则 $\angle A=$ ()



- A. 120° B. 100° C. 60° D. 30°

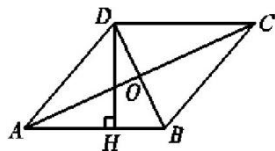
6. 如图, 菱形 $ABCD$ 中对角线相交于点 O , 且 $OE \perp AB$, 若 $AC=8, BD=6$, 则 OE 的长是 ()



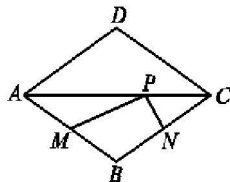
- A. 2.5 B. 5 C. 2.4 D. 不确定

7. 菱形的周长是 20 cm, 那么一边上的中点到两条对角线交点的距离为 _____ cm.

8. 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $AC=16, DB=12, DH \perp AB$ 于 H , 则 DH 等于 _____.



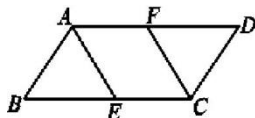
9.如图,菱形 $ABCD$ 的两条对角线分别长 4 和 6,点 P 是对角线 AC 上的一个动点,点 M, N 分别是边 AB, BC 的中点,则 $PM+PN$ 的最小值是_____.



10.如图,在 $\square ABCD$ 中, $BC=2AB=4$,点 E, F 分别是 BC, AD 的中点.

(1)求证: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

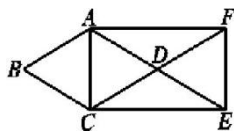
(2)当四边形 $AECF$ 为菱形时,求出该菱形的面积.



11.如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle B=60^\circ, AB=1$,延长 AD 到点 E ,使 $DE=AD$,延长 CD 到点 F ,使 $DF=CD$,连接 AC, CE, EF, AF .

(1)求证:四边形 $ACEF$ 是矩形;

(2)求四边形 $ACEF$ 的周长.



参考答案

一、合作探究

略

二、自主学习

1.解: $\because$ 花坛 $ABCD$ 的形状是菱形,

$$\therefore AC \perp BD, \angle ABO = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中,

$$AO = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 20 = 10 \text{ m},$$

$$BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3} \text{ m},$$



$\therefore$ 花坛的两条小路长 $AC=2AO=20(\text{m})$,

$BD=2BO=20\sqrt{3}\approx 34.64(\text{m})$.

花坛的面积

$$S_{\text{菱形}ABCD}=4\times S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=200\sqrt{3}\approx 346.4(\text{m}^2)$$

三、跟踪练习

1. 20 cm 2. 4cm; 4cm; 2cm; $2\sqrt{3}\text{cm}$; $4\sqrt{3}\text{cm}$

3. (1) 60° , 120° (2) $5, 5\sqrt{3}; \frac{25}{2}\sqrt{3}$

4. $\sqrt{2}$

5. **证明:** $\because ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB=AD, \angle B=\angle D$.

又 $\because EB=DF$,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF$,

$\therefore AE=AF$,

$\therefore \angle AEF=\angle AFE$.

四、变式演练

1. **解:** (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形,

$\therefore \angle AED=90^\circ$,

$\therefore AE=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$,

$\therefore AE=\sqrt{AD^2-AE^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$,

$\therefore BD=2DE=2\times 12=24(\text{cm})$;

(2) $S_{\text{菱形}ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD$

$$=\frac{1}{2}\times 10\times 24$$

$$=120(\text{cm}^2).$$

2. **证明:** $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore AC\perp BD$,

$\therefore \angle AOD=90^\circ$.

$\because DE\parallel AC, AE\parallel BD, \therefore$ 四边形 $AODE$ 是平行四边形,

$\therefore \square AODE$ 是矩形.

五、达标检测

1. C 2. D 3. C 4. A 5. A 6. C

7. 2.5

8. $\frac{48}{5}$

9. $\sqrt{13}$

10. (1) **证明:** 在 $\square ABCD$ 中, $AB=CD$,

$BC=AD, \angle ABC=\angle CDA$.

E, F 为中点,

$\therefore BE=EC=\frac{1}{2}BC, AF=DF=\frac{1}{2}AD$,



$$\therefore BE=DF.$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF.$$

(2)解: $\because$ 四边形 $AECF$ 为菱形,

$$\therefore AE=EC.$$

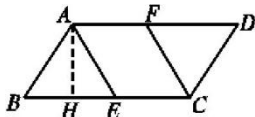
又 $\because$ 点 E 是边 BC 的中点,

$$\therefore BE=EC, \text{即 } BE=AE.$$

又 $BC=2AB=4$,

$$\therefore AB=\frac{1}{2}BC=BE,$$

$\therefore AB=BE=AE$, 即 $\triangle ABE$ 为等边三角形, 如图,



过点 A 作 $AH \perp BC$ 于 H ,

$$\therefore BH=\frac{1}{2}BE=1,$$

根据勾股定理得, $AH=\sqrt{3}$

$$\therefore \text{菱形 } AECF \text{ 的面积为 } 2\sqrt{3}.$$

11.(1)证明: $\because DE=AD, DF=CD$,

$\therefore$ 四边形 $ACEF$ 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为菱形,

$$\therefore AD=CD,$$

$$\therefore AE=CF,$$

$\therefore$ 四边形 $ACEF$ 是矩形;

(2)解: $\because \angle B=60^\circ, \therefore \triangle ABC, \triangle ACD$ 是等边三角形,

$$\therefore AC=AD=CD=AB=1,$$

$\therefore$ 四边形 $ACEF$ 为矩形,

$$\therefore EF=AC=1, AE=CF=2,$$

$$\therefore AF=CE=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{四边形 } ACEF \text{ 的周长为 } AC+CE+EF+AF=1+\sqrt{3}+1+\sqrt{3}=2+2\sqrt{3}.$$