1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系

【学习目标】

课程标准	学科素养
1.了解空间点、线、面的向量表示. 2.理解直线的方向向量与平面的法向量的意义，并会求平面的法向量.（难点） 3.能用向量法证明直线与直线、直线与平面、平面与平面的平行以及垂直问题.（重点）	1、直观想象 2、数学运算 3、数学抽象

【自主学习】

1. 空间中点、直线、平面的向量表示

（1）点的向量表示

在空间中，我们取一定点 O 作为基点，那么空间中任意一点 P 就可以用向量$\overrightarrow{OP}$来表示。

我们把向量$\overrightarrow{OP}$称为点 P 的_______。

(2)直线的向量表示

条件	直线 l 上一点 A	
	表示直线 l 方向的向量 $\boldsymbol{a}$(即直线的_______)	
形式	在直线 l 上取$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，那么对于直线 l 上任意一点 P，一定存在实数 t，使得$\overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AB}$	

(3)平面的向量表示

通过平面α上的一个定点 A 和法向量来确定：

平面的法向量	直线 $l\perp\alpha$，直线 l 的_____，叫做平面α的法向量
确定平面位置	过点 A，以向量 $\boldsymbol{a}$ 为法向量的平面是完全确定的

2.平面的法向量及其求法

在空间直角坐标系下，求平面的法向量的一般步骤：

(1)设平面的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x，y，z)$；

(2)找出(求出)平面内的两个_______的向量 $\boldsymbol{a}=(a_1，b_1，c_1)$，$\boldsymbol{b}=(a_2，b_2，c_2)$；

(3)根据法向量的定义建立关于 x，y，z 的方程组$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{a}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{b}=0;\end{cases}$

(4)解方程组，取其中的______，即得平面的一个法向量.

3. 空间中直线、平面的平行

设直线 l，m 的方向向量分别为 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，平面α，β的法向量分别为$\boldsymbol{\mu}$，$\boldsymbol{v}$，则

线线平行	$l // m \Leftrightarrow$_____$\Leftrightarrow \boldsymbol{a}=k\boldsymbol{b}(k\in\mathbf{R})$
线面平行	$l // \alpha \Leftrightarrow \boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{\mu} \Leftrightarrow$______
面面平行	$\alpha // \beta \Leftrightarrow \boldsymbol{\mu} // \boldsymbol{v} \Leftrightarrow$_________

4. 空间中直线、平面的垂直

设直线 l 的方向向量为 $\boldsymbol{a}=(a_1，b_1，c_1)$，直线 m 的方向向量为 $\boldsymbol{b}=(a_2，b_2，c_2)$，平面$\alpha$的法向量$\boldsymbol{\mu}=(a_3，b_3，c_3)$，平面$\beta$的法向量为 $\boldsymbol{v}=(a_4，b_4，c_4)$，则

线线垂直	$l\perp m \Leftrightarrow$______$\Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$
线面垂直	$l\perp\alpha \Leftrightarrow \boldsymbol{a} // \boldsymbol{\mu} \Leftrightarrow$_____
面面垂直	$\alpha\perp\beta \Leftrightarrow \boldsymbol{\mu}\perp\boldsymbol{v} \Leftrightarrow \boldsymbol{\mu}\cdot\boldsymbol{v}=0 \Leftrightarrow$____________

【小试牛刀】

1.判断正错

(1)若平面外的一条直线的方向向量与平面的法向量垂直，则该直线与平面平行．(　)

(2)若直线 l_1，l_2 的方向向量分别为 $\boldsymbol{a}=(1,2，-2)$，$\boldsymbol{b}=(-2,3,2)$，则 $l_1\perp l_2$.(　)

(3)平面α的法向量是唯一的，即一个平面不可能存在两个不同的法向量．(　)

(4)两直线的方向向量垂直，则两条直线垂直．(　)

(5)两个平面的法向量平行，则这两个平面平行；两个平面的法向量垂直，则这两个平面垂直．(　)

2．若 $A(1,0，-1)$，$B(2,1,2)$在直线 l 上，则直线 l 的一个方向向量是(　　)

A．(2,2,6)　B．(－1,1,3)　C．(3,1,1)　D．(－3,0,1)

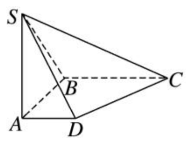
3．已知平面α的法向量为 $\boldsymbol{a}=(1,2，-2)$，平面β的法向量为 $\boldsymbol{b}=(-2，-4，k)$，若$\alpha\perp\beta$，则 k 等于(　　)

A．5　B．4　C．－4　D．－5

【经典例题】

题型一　求平面的法向量

例 1 如图所示，在四棱锥 $S-ABCD$ 中，底面是直角梯形，$AD // BC$，$\angle ABC=90°$，$SA\perp$底面 $ABCD$，且 $SA=AB=BC=1$，$AD=\frac{1}{2}$，建立适当的空间直角坐标系，求平面 SCD 与平面 SBA 的一个法向量．



[跟踪训练] 1　已知 $A(1,0,1)$，$B(0,1,1)$，$C(1,1,0)$，求平面 ABC 的一个法向量．

题型二　空间中直线、平面的平行问题

注意：利用向量证明平行问题，可以先建立空间直角坐标系，求出直线的方向向量和平面的法向量，然后根据向量之间的关系证明平行问题．

例 2　已知 $\boldsymbol{u}$ 是平面α的一个法向量，$\boldsymbol{a}$ 是直线 l 的一个方向向量，若 $\boldsymbol{u}=(3,1,2)$，$\boldsymbol{a}=(-2,2,2)$，则 l 与α的位置关系是________．

例 3　已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，E，F 分别是 BB_1，DD_1 的中点，求证：

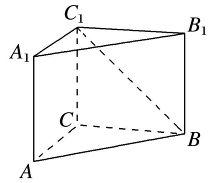
(1)FC_1∥平面 ADE；

(2)平面 ADE∥平面 B_1C_1F.

[跟踪训练] 2　在四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 是正方形，侧棱 PD 垂直于底面 $ABCD$，$PD=DC$，E 是 PC 的中点．证明：PA∥平面 EDB.

题型三　空间中直线、平面的垂直问题

例 4 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=3$，$BC=4$，$AB=5$，$AA_1=4$，求证：$AC\perp BC_1$.

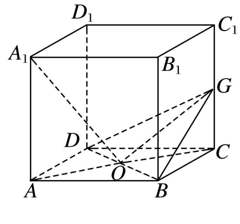


例 5 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别是 BB_1，CD 的中点.

(1)求证：平面 $AED\perp$ 平面 A_1FD_1；

(2)在直线 AE 上求一点 M，使得 $A_1M\perp$ 平面 AED.

[跟踪训练]3　如图所示，在正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中，O 为 AC 与 BD 的交点，G 为 CC_1 的中点．求证：$A_1O\perp$ 平面 GBD.



【当堂达标】

1．下列命题中，正确命题的个数为(　　)

①若 $\boldsymbol{n}_1$，$\boldsymbol{n}_2$ 分别是平面α，β的法向量，则 $\boldsymbol{n}_1 /\!/ \boldsymbol{n}_2 \Leftrightarrow \alpha /\!/ \beta$；

②若 $\boldsymbol{n}_1$，$\boldsymbol{n}_2$ 分别是平面α，β的法向量，则$\alpha \perp \beta \Leftrightarrow \boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{n}_2=0$；

③若 $\boldsymbol{n}$ 是平面α的法向量，$\boldsymbol{a}$ 是直线 l 的方向向量，若 l 与平面α平行，则 $\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{a}=0$；

④若两个平面的法向量不垂直，则这两个平面不垂直．

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

2．已知 $\boldsymbol{a}=(2,4,5)$，$\boldsymbol{b}=(3，x，y)$分别是直线 l_1、l_2 的方向向量．若 $l_1 /\!/ l_2$，则(　　)

A．$x=6$，$y=15$　　B．$x=3$，$y=\frac{15}{2}$

C．$x=3$，$y=15$　　D．$x=6$，$y=\frac{15}{2}$

3．设直线 l_1，l_2 的方向向量分别为 $\boldsymbol{a}=(-2,2,1)$，$\boldsymbol{b}=(3，-2，m)$，若 $l_1 \perp l_2$，则 m 等于(　　)

A．-2　　B．2　　C．6　　D．10

4．设直线 l 的方向向量为 $\boldsymbol{a}$，平面α的法向量为 $\boldsymbol{b}$，若 $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}=0$，则(　　)

A．$l /\!/ \alpha$　　B．$l \subset \alpha$

C．$l \perp \alpha$　　D．$l \subset \alpha$或 $l /\!/ \alpha$

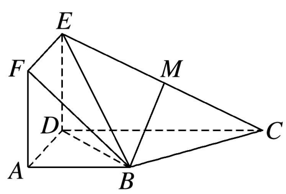
5．在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，以下向量可以作为平面 ABC 法向量的是________．(填序号)

①$\overrightarrow{AB}$；　②$\overrightarrow{AA_1}$；　③$\overrightarrow{B_1B}$；　④$\overrightarrow{A_1C_1}$.

6．已知平面α和平面β的法向量分别为 $\boldsymbol{a}=(1,1,2)$，$\boldsymbol{b}=(x，-2,3)$，且$\alpha \perp \beta$，则 $x=$________.

7．在三棱锥 $S-ABC$ 中，$\angle SAB=\angle SAC=\angle ACB=90°$，$AC=2$，$BC=\sqrt{13}$，$SB=\sqrt{29}$，则异面直线 SC 与 BC 是否垂直________．(填“是”或“否”)

8．如图，正方形 $ADEF$ 与梯形 $ABCD$ 所在的平面互相垂直，$AD \perp CD$，$AB /\!/ CD$，$AB=AD=2$，$CD=4$，M 为 CE 的中点．



(1)求证：$BM /\!/$ 平面 $ADEF$；

(2)求证：$BC \perp$ 平面 BDE；

(3)证明平面 $BCE \perp$ 平面 BDE.

【参考答案】

【自主学习】

1.位置向量　方向向量　方向向量

2.不共线　一组解

3. $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$　$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{\mu}=0$　$\boldsymbol{\mu}=k\boldsymbol{v}(k\in\mathbf{R})$

4. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$　$\boldsymbol{a}=k\boldsymbol{\mu}(k\in\mathbf{R})$　$a_3a_4+b_3b_4+c_3c_4=0$

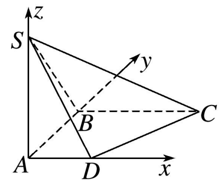
【小试牛刀】

1.√　√　×　√　√

2.　A　解析　∵A，B 在直线 l 上，∴$\overrightarrow{AB}=(1,1,3)$，与$\overrightarrow{AB}$共线的向量$(2,2,6)$可以是直线 l 的一个方向向量.

3.　D　解析　∵$\alpha\perp\beta$，∴$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，∴$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2-8-2k=0$，∴$k=-5$.

【经典例题】



例 1　解　以 A 为坐标原点，AD，AB，AS 所在直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系 $Axyz$，

则 $A(0,0,0)$，$D\left(\frac{1}{2},0,0\right)$，$C(1,1,0)$，$S(0,0,1)$，则$\overrightarrow{DC}=\left(\frac{1}{2},1,0\right)$，$\overrightarrow{DS}=\left(-\frac{1}{2},0,1\right)$.

向量$\overrightarrow{AD}=\left(\frac{1}{2},0,0\right)$是平面 SAB 的一个法向量.

设 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$为平面 SDC 的一个法向量，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}x+y=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DS}=-\frac{1}{2}x+z=0,\end{cases}$　即$\begin{cases}y=-\frac{1}{2}x,\\ z=\frac{1}{2}x.\end{cases}$

取 $x=2$，得 $y=-1$，$z=1$，

故平面 SDC 的一个法向量为$(2,-1,1)$.

[跟踪训练] 1 解　设平面 ABC 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

由题意知$\overrightarrow{AB}=(-1,1,0)$，$\overrightarrow{BC}=(1,0,-1)$.

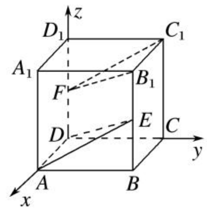
∵$\boldsymbol{n}\perp\overrightarrow{AB}$，$\boldsymbol{n}\perp\overrightarrow{BC}$，∴$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AB}=-x+y=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=x-z=0,\end{cases}$　解得$\begin{cases}x=y,\\ x=z.\end{cases}$　令 $x=1$，则 $y=z=1$.

∴平面 ABC 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,1,1)$.

例 2　$l\subset\alpha$或 $l\parallel\alpha$　解　因为 $\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{a}=(3,1,2)\cdot(-2,2,2)=3\times(-2)+1\times2+2\times2=0$.

所以 $\boldsymbol{u}\perp\boldsymbol{a}$，所以 $l\subset\alpha$或 $l /\!/ \alpha$.

例 3　证明　(1)以 D 为坐标原点，DA，DC，DD_1 所在直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴，建立如图所示空间直角坐标系 $Dxyz$，则有 $D(0,0,0)$，$A(2,0,0)$，$C(0,2,0)$，$C_1(0,2,2)$，$E(2,2,1)$，$F(0,0,1)$，$B_1(2,2,2)$，



所以$\overrightarrow{FC_1}=(0,2,1)$，$\overrightarrow{DA}=(2,0,0)$，$\overrightarrow{AE}=(0,2,1)$.

设 $\boldsymbol{n}_1=(x_1，y_1，z_1)$是平面 ADE 的法向量，则 $\boldsymbol{n}_1\perp\overrightarrow{DA}$，$\boldsymbol{n}_1\perp\overrightarrow{AE}$，

即$\begin{cases}\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{DA}=2x_1=0，\\ \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{AE}=2y_1+z_1=0，\end{cases}$　　得$\begin{cases}x_1=0，\\ z_1=-2y_1，\end{cases}$

令 $z_1=2$，则 $y_1=-1$，所以 $\boldsymbol{n}_1=(0，-1,2)$.

因为$\overrightarrow{FC_1}\cdot\boldsymbol{n}_1=-2+2=0$，所以$\overrightarrow{FC_1}\perp\boldsymbol{n}_1$.

又因为 $FC_1\not\subset$ 平面 ADE，所以 $FC_1 /\!/$ 平面 ADE.

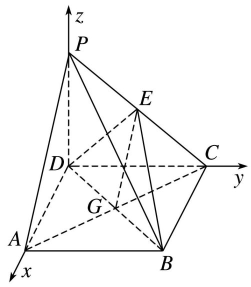
(2)因为$\overrightarrow{C_1B_1}=(2,0,0)$，设 $\boldsymbol{n}_2=(x_2，y_2，z_2)$是平面 B_1C_1F 的一个法向量．由 $\boldsymbol{n}_2\perp\overrightarrow{FC_1}$，$\boldsymbol{n}_2\perp\overrightarrow{C_1B_1}$，

得$\begin{cases}\boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{FC_1}=2y_2+z_2=0，\\ \boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{C_1B_1}=2x_2=0，\end{cases}$　　得$\begin{cases}x_2=0，\\ z_2=-2y_2.\end{cases}$

令 $z_2=2$，得 $y_2=-1$，所以 $\boldsymbol{n}_2=(0，-1,2)$，

因为 $\boldsymbol{n}_1=\boldsymbol{n}_2$，所以平面 $ADE /\!/$ 平面 B_1C_1F.

[跟踪训练] 2　证明　如图所示，建立空间直角坐标系，D 是坐标原点，设 $PD=DC=a$.



方法一连接 AC，交 BD 于点 G，连接 EG，依题意得 $D(0,0,0)$，$A(a,0,0)$，$P(0,0，a)$，$E(0,\frac{a}{2}，\frac{a}{2})$.

因为四边形 $ABCD$ 是正方形，所以 G 是此正方形的中心，故点 G 的坐标为$(\frac{a}{2},\frac{a}{2}，0)$，

所以$\overrightarrow{EG}=(\frac{a}{2}，0，-\frac{a}{2})$．又$\overrightarrow{PA}=(a,0，-a)$，所以$\overrightarrow{PA}=2\overrightarrow{EG}$，这表明 $PA /\!/ EG$.

而 $EG\subset$平面 EDB，且 $PA\not\subset$ 平面 EDB，所以 $PA /\!/$ 平面 EDB.

方法二　设平面 BDE 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x，y，z)$，$\overrightarrow{DE}=(0,\frac{a}{2}，\frac{a}{2})$，$\overrightarrow{EB}=(a,\frac{a}{2}，-\frac{a}{2})$，

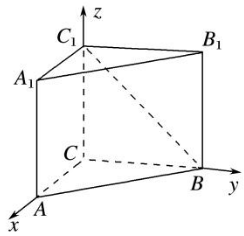
则有 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0，\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EB}=0，\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\frac{a}{2}\quad y+z\quad =0，\\ a\quad x+\frac{y}{2}-\frac{z}{2}\quad =0，\end{cases}$ 即 $\begin{cases}y+z=0，\\ 2x+y-z=0.\end{cases}$

令 $y=-1$，则 $\begin{cases}x=1，\\ z=1.\end{cases}$ 所以 $\boldsymbol{n}=(1，-1,1)$，又 $\overrightarrow{PA}=(a,0，-a)$，

所以 $\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PA}=(1,-1,1)\cdot(a,0,-a)=a-a=0$.所以 $\boldsymbol{n}\perp\overrightarrow{PA}$.所以 PA∥平面 EDB.

例 4 证明　∵直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 底面三边长 $AC=3$，$BC=4$，$AB=5$，

∴AC，BC，C_1C 两两垂直.



如图，以 C 为坐标原点，CA，CB，CC_1 所在直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴建立空间直角坐标系 $Cxyz$. 则 $C(0,0,0)$，$A(3,0,0)$，$C_1(0,0,4)$，$B(0,4,0)$，

∵$\overrightarrow{AC}=(-3,0,0)$，$\overrightarrow{BC_1}=(0，-4,4)$，∴$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC_1}=0$.∴$AC\perp BC_1$.

例 5 (1)证明　以 D 为坐标原点，分别以 DA，DC，DD_1 所在直线为 x 轴，y 轴，z 轴建立如图所示的空间直角坐标系 $Dxyz$.

设正方体的棱长为 2，则 $D(0,0,0)$，$A(2,0,0)$，$E(2,2,1)$，$F(0,1,0)$，$A_1(2,0,2)$，$D_1(0,0,2)$，

∴$\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{D_1A_1}=(2,0,0)$，$\overrightarrow{DE}=(2,2,1)$，$\overrightarrow{D_1F}=(0,1，-2)$.

设平面 AED 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}_1=(x_1，y_1，z_1)$.

由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{DA}=\quad x_1，y_1，z_1\quad\cdot\quad 2，0，0\quad =0，\\ \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{DE}=\quad x_1，y_1，z_1\quad\cdot\quad 2，2，1\quad =0，\end{cases}$ 得 $\begin{cases}2x_1=0，\\ 2x_1+2y_1+z_1=0.\end{cases}$

令 $y_1=1$，得 $\boldsymbol{n}_1=(0,1，-2)$. 同理，平面 A_1FD_1 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}_2=(0,2,1)$.

∵$\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2=(0,1，-2)\cdot(0,2,1)=0$，∴$\boldsymbol{n}_1\perp\boldsymbol{n}_2$，

∴平面 $AED\perp$平面 A_1FD_1.

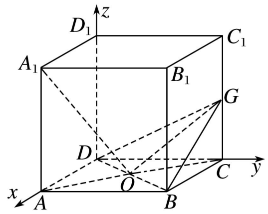
(2)解　由于点 M 在直线 AE 上，因此可设 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AE}=\lambda(0,2,1)=(0,2\lambda，\lambda)$，

则 $M(2,2\lambda，\lambda)$，∴$\overrightarrow{A_1M}=(0,2\lambda，\lambda-2)$.

要使 $A_1M\perp$平面 AED，只需 $\overrightarrow{A_1M}$∥$\boldsymbol{n}_1$，即 $\frac{2\lambda}{1}=\frac{\lambda-2}{-2}$，解得 $\lambda=\frac{2}{5}$.

故当 $AM=\frac{2}{5}AE$ 时，$A_1M\perp$平面 AED.

[跟踪训练]3 证明　方法一　如图取 D 为坐标原点，DA、DC、DD_1 所在的直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴建立空间直角坐标系.



设正方体棱长为 2，则 $O(1,1,0)$，$A_1(2,0,2)$，$G(0,2,1)$，$B(2,2,0)$，$D(0,0,0)$，

$\therefore \overrightarrow{OA_1}=(1，-1,2)$，$\overrightarrow{OB}=(1,1,0)$，$\overrightarrow{BG}=(-2,0,1)$，

而$\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OB}=1-1+0=0$，$\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{BG}=-2+0+2=0$.

$\therefore \overrightarrow{OA_1}\perp\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OA_1}\perp\overrightarrow{BG}$，即 $OA_1\perp OB$，$OA_1\perp BG$，

而 $OB\cap BG=B$，$\therefore OA_1\perp$平面 GBD.

方法二　同方法一建系后，设面 GBD 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x，y，z)$，

则$\begin{cases}\overrightarrow{BG}\cdot\boldsymbol{n}=0\\\overrightarrow{BD}\cdot\boldsymbol{n}=0\end{cases}$，$\therefore\begin{cases}-2x+z=0\\-2x-2y=0\end{cases}$，

令 $x=1$ 得 $z=2$，$y=-1$，

$\therefore$平面 GBD 的一个法向量为$(1，-1,2)$，显然$\overrightarrow{A_1O}=(-1,1，-2)=-\boldsymbol{n}$，

$\therefore \overrightarrow{A_1O}\parallel\boldsymbol{n}$，$\therefore A_1O\perp$平面 GBD.

【当堂达标】

1.　C 解析　①中平面α，β可能平行，也可能重合，结合平面法向量的概念，可知②③④正确.

2.　D 解析　由 $l_1\parallel l_2$ 得，$\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{x}=\dfrac{5}{y}$，解得 $x=6$，$y=\dfrac{15}{2}$.

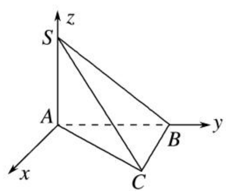
3.　D 解析　$\because l_1\perp l_2$，$\therefore \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，$\therefore -2\times3-2\times2+m=0$，$\therefore m=10$.

4.　D 解析　$\because \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，$\therefore l\subset\alpha$或 $l\parallel\alpha$.

5.　②③ 解析　$\because AA_1\perp$平面 ABC，$B_1B\perp$平面 ABC，$\therefore\overrightarrow{AA_1}$与$\overrightarrow{B_1B}$可以作为平面 ABC 的法向量.

6.　-4 解析　$\because\alpha\perp\beta$，$\therefore \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，$\therefore x-2+2\times3=0$，$\therefore x=-4$.

7.是解析　如图，以 A 为坐标原点，AB，AS 所在直线分别为 y 轴，z 轴建立空间直角坐标系 $Axyz$，则由 $AC=2$，$BC=\sqrt{13}$，$SB=\sqrt{29}$，



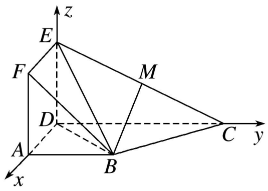
得 $B(0,\sqrt{17}，0)$，$S(0,0，2\sqrt{3})$，$C\left(2\sqrt{\dfrac{13}{17}}，\dfrac{4}{\sqrt{17}}，0\right)$，

$\overrightarrow{SC}=\left(2\sqrt{\frac{13}{17}},\ \frac{4}{\sqrt{17}},\ -2\sqrt{3}\right)$，$\overrightarrow{CB}=\left(-2\sqrt{\frac{13}{17}},\ \frac{13}{\sqrt{17}},\ 0\right)$.

因为$\overrightarrow{SC}\cdot\overrightarrow{CB}=0$，所以 $SC\perp BC$.

8. 证明 ∵平面 $ADEF\perp$平面 $ABCD$，平面 $ADEF\cap$平面 $ABCD=AD$，$AD\perp ED$，$ED\subset$平面 $ADEF$，

∴$ED\perp$平面 $ABCD$.



以 D 为坐标原点，$\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{DE}$分别为 x 轴，y 轴，z 轴的正方向建立如图所示的空间直角坐标系.

则 $D(0,0,0)$，$A(2,0,0)$，$B(2,2,0)$，$C(0,4,0)$，$E(0,0,2)$，$F(2,0,2)$.

(1)∵M 为 EC 的中点，∴$M(0,2,1)$，

则$\overrightarrow{BM}=(-2,0,1)$，$\overrightarrow{AD}=(-2,0,0)$，$\overrightarrow{AF}=(0,0,2)$，

∴$\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AF}$，故$\overrightarrow{BM}$，$\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AF}$共面.

又 $BM\not\subset$ 平面 $ADEF$，∴$BM//$平面 $ADEF$.

(2)$\overrightarrow{BC}=(-2,2,0)$，$\overrightarrow{DB}=(2,2,0)$，$\overrightarrow{DE}=(0,0,2)$，

∵$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{DB}=-4+4=0$，∴$BC\perp DB$.

又$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{DE}=0$，∴$BC\perp DE$.

又 $DE\cap DB=D$，DB，$DE\subset$平面 BDE，∴$BC\perp$平面 BDE.

（3）证明 由(2)知 $BC\perp$平面 BDE，又 $BC\subset$平面 BCE，∴平面 $BCE\perp$平面 BDE.

反盗版维权声明

北京凤凰学易科技有限公司（学科网：www.zxxk.com）郑重发表如下声明：

一、本网站原创内容，由本网站依照运营规划，安排专项经费，组织名校名师创作完成，本公司拥有著作权。

二、本网站刊登的试卷、教案、课件、学案等内容，经著作权人授权，本公司享有独家信息网络传播权。

三、任何个人、企事业单位（含教育网站）或者其他组织，未经本公司许可，不得以复制、发行、表演、广播、信息网络传播、改编、汇编、翻译等任何方式使用本网站任何作品及作品的组成部分。

四、一旦发现侵犯本网站作品著作权的行为，欢迎予以举报。

举报电话：010-58425260。

举报内容对查实侵权行为确有帮助的，一经确认，将给予所获得奖励。

五、我们将联合全国各地文化执法机关和相关司法机构，并结合广大用户和网友的举报，严肃清理侵权盗版行为，依法追究侵权者的民事、行政和刑事责任！

特此声明！

北京凤凰学易科技有限公司