



第2课时 集合的表示

基础认知·自主学习 ➡

能力形成·合作探究 ➡

素养发展·创新应用 ➡

学情诊断·课堂测评 ➡

《课程标准》

针对具体问题,能在自然语言和图形语言的基础上,用符号语言刻画集合

《课时目标》

● 必备知识

1.列举法表示集合; 2.描述法表示集合.

● 关键能力

1.理解用自然语言、列举法和描述法表示集合时各自的特点;
2.能在具体问题情境中灵活选用恰当的方法表示集合.

● 学科素养

数学抽象、数学运算、逻辑推理.



教师专用 导学素材

问题情境：

(1) 不等式 $2x - 1 > 3$ 的解集；

(2) 不超过 30 的所有非负偶数的集合；

(3) 方程 $2x^2 + 1 = 9$ 的所有实数根组成的集合；

(4) 所有的菱形组成的集合；

(5) 方程组 $\begin{cases} 3x + 2y = 2, \\ 2x + 3y = 27 \end{cases}$ 的解集.



【问题 1】判断以上集合中的元素个数，哪些是有限的？哪些是无限的？

【问题 2】如何用数学符号表示以上集合？

1. 列举法

把集合的所有元素一一列举出来，并用花括号“{ }”括起来表示集合的方法叫做列举法。



教师专用 解透教材

用列举法表示集合的注意点

- (1)元素之间用“，”隔开；
- (2)元素之间不能重复，满足元素的互异性；
- (3)元素可以无序排列，满足元素的无序性.

思考与交流

什么类型的集合适合用列举法表示？

提示： (1)元素个数较少的集合.

(2)元素较多，元素的排列又呈现一定的规律，在不至于发生误解的情况下，也可列出几个元素作代表，其他元素用省略号表示，如 \mathbf{N} 可表示为 $\{0, 1, 2, \dots, n\}$.

(3)当集合所含元素不易表述时，用列举法表示方便. 如集合 $\{x^2, x^2+y^2, x^3\}$.



2. 描述法

前提条件	A是一个集合
要表示的集合	集合A中所有具有 <u>共同特征</u> $P(x)$ 的元素x所组成的集合
形式	<u>$\{x \in A P(x)\}$</u>
结论	对于任何 $y \in \{x \in A P(x)\}$ ， 都有 $y \in A$ 且 $P(y)$ 成立

三种集合表示方法的优缺点

方法	优点	缺点
自然语言	更容易揭示集合中元素的本质	语言复杂，应用不方便
列举法	方便、快捷，集合中的元素一目了然	不易看出元素所具有的特征，有些集合不能用列举法表示.
描述法	语言简洁、抽象，元素的规律与性质能清楚地表示出来.	不易看出集合中的具体元素



思考与交流

什么类型的集合适合用描述法表示？

提示：元素个数无限，不能一一列举出来且具有明显的共同特征时，宜用描述法。

世纪金榜版权所有
禁止出版等商业所用

教师教学活动使用
违者必究



自我小测

问题串串烧

1. 由 1, 1, 2, 3 组成的集合可用列举法表示为 $\{1, 1, 2, 3\}$ 吗?
2. 集合 $\{-5, -8\}$ 和 $\{(-5, -8)\}$ 是相等的集合吗?
3. 集合 $\{x|x>3\}$ 与集合 $\{t|t>3\}$ 是相等的集合吗?
4. $\{(x, y)|y=x^2+2\}$ 能否写为 $\{x|y=x^2+2\}$ 或 $\{y|y=x^2+2\}$ 呢?

提示: 1.不可以 2.不是 3.是 4.不能



教材连连看

思考教材第 4 页旁栏提出的问题：

你能用这样的方法表示偶数集吗？

想一想：如何用描述法表示能被 3 整除的数？被 3 除余 1 的数？被 3 除余 2 的数？

提示：能被 3 整除的数可表示为 $\{x|x=3n, n \in \mathbf{Z}\}$ ；

被 3 除余 1 的数可表示为 $\{x|x=3n+1, n \in \mathbf{Z}\}$ ；

被 3 除余 2 的数可表示为 $\{x|x=3n+2, n \in \mathbf{Z}\}$.



■ 小题快快练

1. 集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid -5 < 2x - 1 < 1\}$ 可用列举法表示为_____.

【解析】 由 $-5 < 2x - 1 < 1$, 得 $-2 < x < 1$,

又因为 $x \in \mathbf{Z}$, 所以 $x = -1, 0$.

答案: $\{-1, 0\}$

2. 集合 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 可用描述法表示为_____.

【解析】 2, 4, 6, 8, 10 均为偶数,

故该集合可用描述法表示为 $\{x|x=2n, n \in \mathbf{N}_+, \text{且 } n \leq 5\}$.

答案: $\{x|x=2n, n \in \mathbf{N}_+, \text{且 } n \leq 5\}$



基础类型一 列举法表示集合(数学抽象)

1.(2021·枣庄高一检测)下列集合中,表示方程组 $\begin{cases} x+y=3, \\ x-y=1 \end{cases}$ 的解集的是()

A. $\{2, 1\}$

B. $\{x=2, y=1\}$

C. $\{(2, 1)\}$

D. $\{(1, 2)\}$

【解析】选 C.方程组 $\begin{cases} x+y=3, \\ x-y=1 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=2, \\ y=1, \end{cases}$

所求集合为 $\{(2, 1)\}$.



2. (2021·大庆高一检测)已知集合 $A = \{m+1, (m-1)^2\}$, 若 $1 \in A$, 则 $m =$ _____.

【解析】 依据题意得, $m+1=1$ 或 $(m-1)^2=1$,

解得 $m=0$ 或 $m=2$,

由集合中元素的互异性可知当 $m=0$ 时, 集合的两个元素相同, 不合题意, 所以 $m=2$.

答案: 2



3. 用列举法表示下列集合:

(1) 36 与 60 的公约数组成的集合;

(2) 方程 $(x-4)^2(x-2)=0$ 的根组成的集合;

(3) 由一次函数 $y=-x+4$ 图象上的横坐标和纵坐标都是自然数的点组成的集合.

【解析】 (1) 36 与 60 的公约数有 1, 2, 3, 4, 6, 12, 所求集合为 $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.

(2) 方程 $(x-4)^2(x-2)=0$ 的根是 $x=4$ 或 $x=2$, 所求集合为 $\{2, 4\}$.

(3) 用列举法表示该集合为 $\{(0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)\}$.



■ 解题策略

1. 用列举法表示集合的三个步骤

(1) 求出集合的元素.

(2) 把元素一一列举出来, 且相同元素只能列举一次.

(3) 用花括号括起来.

2. 在用列举法表示集合时的关注点

(1) 明确集合中的元素是什么. 如 $T_3(3)$ 是点集, 而非数集, 集合的所有元素用有序数对表示, 并用“{ }”括起来, 元素间用分隔号“,”.

(2)元素不重复，元素无顺序. 如 $\{1, 1, 2\}$ 为错误表示. 又如集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ 与 $\{2, 1, 4, 3\}$ 表示同一集合.

微提醒：函数图象上的点构成的集合都是点的集合，一定要写成实数对的形式，元素与元素之间用“，”隔开.

世纪金榜版权所有
禁止出版等商业所用

违者必究



基础类型二 描述法表示集合(数学抽象)

【典例】 1. 已知集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\}$, 则 A 中元素的个数为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【解析】 选 D. 由题意得, $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}$, $A = \{(0, 1), (1, 0), (-1, 0), (0, -1)\}$,

所以 A 中元素的个数为 4.

2. 用描述法表示下列集合:

(1) 不等式 $3x - 8 \geq 7 - 2x$ 的解集;

(2) $\left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7} \right\}$;

(3) 二次函数 $y = x^2 + 2x - 10$ 的图象上所有的点组成的集合.

【解析】(1)由 $3x-8 \geq 7-2x$, 可得 $x \geq 3$,

所以不等式 $3x-8 \geq 7-2x$ 的解集为 $\{x|x \geq 3\}$.

$$(2) \left\{ x \mid x = \frac{n}{n+2}, n \in \mathbf{N}^*, n \leq 5 \right\}.$$

(3)二次函数 $y = x^2 + 2x - 10$ 的图象上所有的点组成的集合, 可表示为 $\{(x, y) \mid y = x^2 + 2x - 10\}$.



一题多变

将本例 2(3)中的“所有的点”改为“所有点的纵坐标”，其他条件不变，所得集合应如何表示？

【解析】二次函数 $y=x^2+2x-10$ ，故图象上所有点的纵坐标组成的集合为 $\{y|y=x^2+2x-10\}$.

■ 解题策略

1. 描述法表示集合的两个步骤

写代表元素



明确元素
的特征

分清楚集合中的元素是点还是数或是其他的元素

将集合中元素所具有的公共特征写在竖线的后面

禁止出版

教师教学活动使用
者必究

2. 用描述法表示集合应注意的三点

(1) 写清楚该集合代表元素的符号. 例如, 集合 $\{x \in \mathbf{R} | x < 1\}$ 不能写成 $\{x < 1\}$.

(2) 所有描述的内容都要写在花括号内. 例如, $\{x \in \mathbf{Z} | x = 2k\}$, $k \in \mathbf{Z}$, 这种表达方式就不符合要求, 需将 $k \in \mathbf{Z}$ 也写进花括号内, 即 $\{x \in \mathbf{Z} | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$.

(3) 不能出现未被说明的字母.

微提醒: 在通常情况下, 集合中竖线左侧元素的所属范围为实数集时可以省略不写. 例如, 方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的实数解组成的集合可表示为 $\{x \in \mathbf{R} | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, 也可写成 $\{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$.



【加固训练】

用描述法表示下列集合：

- (1) 小于 10 的非负整数构成的集合；
- (2) 数轴上与原点的距离大于 3 的点构成的集合；
- (3) 平面直角坐标系中第二、四象限内的点构成的集合；
- (4) 集合 $\{1, 3, 5, 7, \dots\}$.



【解析】 (1) 小于 10 的所有非负整数构成的集合，用描述法可表示为

$$\{x \in \mathbf{Z} \mid 0 \leq x < 10\};$$

(2) 数轴上与原点的距离大于 3 的点构成的集合，用描述法可表示为 $\{x \mid |x| > 3\}$;

(3) 平面直角坐标系中第二、四象限内的点构成的集合，用描述法可表示为 $\{(x, y) \mid xy < 0\}$;

(4) $\{1, 3, 5, 7, \dots\}$ 用描述法可表示为 $\{x \mid x = 2k - 1, k \in \mathbf{N}_+\}$.

综合类型 集合表示方法的应用(数学运算)

角度 1 列举法与描述法的综合应用

题型比比看

①用列举法表示下列集合： $A = \left\{ x \in \mathbf{N} \mid \frac{6}{6-x} \in \mathbf{N} \right\}$ ；

②用列举法表示下列集合： $B = \left\{ \frac{6}{6-x} \in \mathbf{N} \mid x \in \mathbf{N} \right\}$.

【解析】 ① $A = \left\{ x \in \mathbf{N} \mid \frac{6}{6-x} \in \mathbf{N} \right\} = \{0, 3, 4, 5\};$

② $B = \left\{ \frac{6}{6-x} \in \mathbf{N} \mid x \in \mathbf{N} \right\} = \{1, 2, 3, 6\}.$

点拨：题①是指满足 $\frac{6}{6-x} \in \mathbf{N}$ 的 x 构成的集合；

题②是指 $x \in \mathbf{N}$ 时 $\frac{6}{6-x} \in \mathbf{N}$ 的值构成的集合。



■ 解题策略

解答集合表示方法综合题的策略

- (1) 若已知集合是用描述法给出的，读懂集合的代表元素及其属性是解题的关键。
- (2) 若已知集合是用列举法给出的，整体把握元素的共同特征是解题的关键。

【加固训练】

用列举法表示 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid x = \frac{15}{k-3}, k \in \mathbf{N}\}$.

【解析】因为 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid x = \frac{15}{k-3}, k \in \mathbf{N}\}$.

所以 $k=0, 2, 4, 6, 8, 18,$

故 $A = \{-15, -5, 1, 3, 5, 15\}$.

世纪金榜版权所有
禁止出版等商业所用
供教师教学活动使用
违者必究

角度2 方程、不等式等知识与集合的交汇问题

【典例】 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0\}$, 其中 a 为常数, 且 $a \in \mathbf{R}$.

- (1) 若 A 是单元素集合, 求 a 的取值构成的集合;
- (2) 若 A 中至少有一个元素, 求 a 的取值构成的集合.

【解析】(1)当 $a=0$ 时， $A=\{x|-3x+2=0\}=\left\{\frac{2}{3}\right\}$ ，符合题意；当 $a\neq 0$ 时，要使

A 是单元素集合，

$$\text{则 } \Delta=(-3)^2-8a=0,$$

$$\text{解得 } a=\frac{9}{8}, \text{ 所以 } A=\left\{\frac{4}{3}\right\}.$$

综上， a 的取值构成的集合是 $\left\{0, \frac{9}{8}\right\}$ 。



(2) 当 $a=0$ 时, $A=\left\{\frac{2}{3}\right\}$, 符合题意;

当 $a \neq 0$ 时, 要使 A 中至少有一个元素,

则 $\Delta = (-3)^2 - 8a \geq 0$,

解得 $a \leq \frac{9}{8}$ 且 $a \neq 0$.

综上, a 的取值构成的集合是 $\left\{a \mid a \leq \frac{9}{8}\right\}$.



一题多变

若 A 中至多有一个元素，求 a 的取值构成的集合.

【解析】 当 $a=0$ 时， $A=\{x|-3x+2=0\}=\left\{\frac{2}{3}\right\}$ ，符合题意；当 $a\neq 0$ 时，要使 A

中至多有一个元素，

则 $\Delta=(-3)^2-8a\leq 0$ ，解得 $a\geq\frac{9}{8}$ ，

综上所述， a 的取值构成的集合是 $\left\{a\left|a\geq\frac{9}{8}\text{或}a=0\right.\right\}$.



■ 解题策略

方程、不等式等知识与集合交汇问题的处理

(1) 准确理解集合中的元素，明确元素的特征性质.

(2) 解题时还应注意方程、不等式等知识以及转化、分类与整合思想的综合应用.

微提醒：解答此类问题要注意等价转化思想和分类讨论思想的应用.

【加固训练】

(2021·朔州高一检测)已知集合 $A = \{x | kx^2 - 8x + 16 = 0\}$ 只有一个元素, 试求实数 k 的值, 并用列举法表示集合 A .

【解析】 ①当 $k=0$ 时, 方程 $kx^2 - 8x + 16 = 0$ 变为 $-8x + 16 = 0$, 解得 $x=2$, $A = \{2\}$;

②当 $k \neq 0$ 时, 要使集合 $A = \{x | kx^2 - 8x + 16 = 0\}$ 中只有一个元素, 则方程 $kx^2 - 8x + 16 = 0$ 只有一个实数根, 所以 $\Delta = 64 - 64k = 0$, 解得 $k=1$, 此时集合 $A = \{4\}$.

综上所述, $k=0$ 时, 集合 $A = \{2\}$; $k=1$ 时, 集合 $A = \{4\}$.



创新题型 与集合表示方法有关的

新定义问题(数学抽象)

【典例】规定 \otimes 与 \oplus 是两个运算符号，其运算法则如下：对任意实数 a, b 有 $a \otimes b = ab$ ， $a \oplus b = b(a^2 + b^2 + 1)$. 若 $-2 < a < b < 2$ ， $a, b \in \mathbf{Z}$ ，则集合 $A = \left\{ x \mid x = 2(a \otimes b) + \frac{a \oplus b}{b} \right\}$ 用列举法可表示为_____.



【解析】由 $-2 < a < b < 2$, $a, b \in \mathbf{Z}$,

得 $a = -1, b = 0$ 或 $a = 0, b = 1$ 或 $a = -1, b = 1$.

$$x = 2(a \otimes b) + \frac{a \oplus b}{b} = 2ab + a^2 + b^2 + 1$$

$$= (a + b)^2 + 1, (*)$$

将 $a = -1, b = 0$ 代入(*)式, 得 $x = 2$; 将 $a = 0, b = 1$ 代入(*)式, 得 $x = 2$; 将 $a = -1, b = 1$ 代入(*)式, 得 $x = 1$, 故 $A = \{1, 2\}$.

答案: $\{1, 2\}$

■ 解题策略

解答新定义问题的心得

- (1) 准确理解新定义的含义，并能进行准确的计算；
- (2) 注意分类讨论等数学思想方法的应用。

世纪金榜版权所有
禁止出版等商业所用
仅供教师教学活动使用
违者必究



1. 已知 $x \in \mathbf{N}$, 则方程 $x^2 + x - 2 = 0$ 的解集为()

- A. $\{x|x=2\}$ B. $\{x|x=1 \text{ 或 } x=-2\}$
C. $\{x|x=1\}$ D. $\{1, 2\}$

【解析】选 C. 方程 $x^2 + x - 2 = 0$ 的解为 $x=1$ 或 $x=-2$. 由于 $x \in \mathbf{N}$, 所以 $x=-2$ 舍去.

2. 下列四个集合中, 不同于另外三个的是()

A. $\{y|y=2\}$

B. $\{x=2\}$

C. $\{2\}$

D. $\{x|x^2-4x+4=0\}$

【解析】选 B. $\{x=2\}$ 表示的是一个等式组成的集合.



3. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, 集合 $B = \{y | y = |x|, x \in A\}$, 则 $B =$ _____.

【解析】 $A = \{-1, 0, 1\}$, 当 $x = -1$ 或 1 时, $y = 1$, 当 $x = 0$ 时, $y = 0$, 所以 $B = \{0, 1\}$.

答案: $\{0, 1\}$

世纪金榜版权所有
禁止出版等商业所用

供教师教学活动使用
违者必究



4. $-5 \in \{x|x^2-ax-5=0\}$, 则集合 $\{x|x^2-4x-a=0\}$ 中所有元素之和为_____.

【解析】把 -5 代入方程 $x^2-ax-5=0$ 得 $a=-4$, 将 $a=-4$ 代入方程 $x^2-4x-a=0$ 得 $x^2-4x+4=0$,

故集合为 $\{2\}$, 所有元素之和为 2.

答案: 2



5. 选择适当的方法表示下列集合:

(1) 方程 $(x^2 - 9)x = 0$ 的实数解组成的集合;

(2) 被 5 除余 1 的正整数集合;

(3) 3 和 4 的所有正的公倍数构成的集合.

“提纲式” PPT

【解析】 (1) 方程 $(x^2 - 9)x = 0$ 的实数解有三个: $-3, 0, 3$, 集合用列举法表示为 $\{-3, 0, 3\}$, 也可以用描述法表示为 $\{x | (x^2 - 9)x = 0\}$.

(2) $\{x | x = 5n + 1, n \in \mathbf{N}\}$.

(3) 3 和 4 的最小公倍数是 12, 因此 3 和 4 的所有正的公倍数构成的集合是 $\{x | x = 12n, n \in \mathbf{N}^*\}$.

核心知识

1. 自然语言
2. 集合语言
3. 图形语言

列举法

描述法

方法总结

1. 选用列举法：
 - (1) 元素个数有限；
 - (2) 共同特征难以概括
2. 选用描述法：
 - (1) 元素无法一一列出；
 - (2) 可抽象出元素的共同性质
3. 选用自然语言表示：集合中元素不是实数或式子

易错提醒

1. 弄清元素所具有的形式是使用描述法的前提
2. 共同特征即是集合中元素满足的条件

核心素养

数学抽象：通过具体实例抽象出列举法、描述法的定义，培养数学抽象的核心素养



本课结束

更多精彩内容请登录：www.jb1000.com