

## 立体图形的直观图

教学重难点	教学目标	核心素养
平面图形的直观图	会用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图	直观想象
简单几何体的直观图	会用斜二测画法画常见的柱、锥、台以及简单组合体的直观图	直观想象
直观图的还原与计算	会根据斜二测画法规则进行相关运算	直观想象、数学运算

### 【教学过程】

#### 一、问题导入

预习教材内容，思考以下问题：

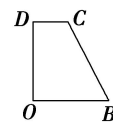
1. 画简单几何体的直观图的步骤是什么？
2. 水平放置的平面图形的直观图的斜二测画法有哪些规则？
3. 用斜二测画法画空间几何体的直观图的步骤是什么？

#### 二、新知探究

##### 探究点 1

画水平放置的平面图形的直观图

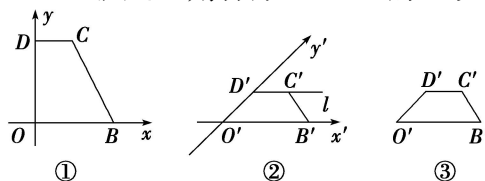
例 1：画水平放置的直角梯形的直观图，如图所示。



【解】(1) 在已知的直角梯形  $OBCD$  中，以底边  $OB$  所在直线为  $x$  轴，垂直于  $OB$  的腰  $OD$  所在直线为  $y$  轴建立平面直角坐标系。如图①所示。

(2) 画相应的  $x'$  轴和  $y'$  轴，使  $\angle x'O'y' = 45^\circ$ ，在  $x'$  轴上截取  $O'B' = OB$ ，在  $y'$  轴上截取  $O'D' = \frac{1}{2}OD$ ，过点  $D'$  作  $x'$  轴的平行线  $l$ ，在  $l$  上沿  $x'$  轴正方向取点  $C'$  使得  $D'C' = DC$ 。连接  $B'C'$ ，如图②。

(3) 所得四边形  $O'B'C'D'$  就是直角梯形  $OBCD$  的直观图。如图③。



[归纳反思]

### 画水平放置的平面图形的直观图的关键及注意事项

(1) 在画水平放置的平面图形的直观图时, 选取适当的直角坐标系是关键, 一般要使平面多边形尽可能多的顶点在坐标轴上或边与坐标轴平行, 以便于画图.

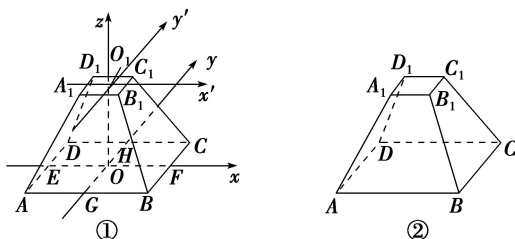
(2) 画图时要注意原图和直观图中线段的长度的关系是否发生变化.

#### 探究点 2

画简单几何体的直观图

例 2: 已知一个正四棱台的上底面边长为 2, 下底面边长为 6, 高为 4, 用斜二测画法画出此正四棱台的直观图.

【解】(1) 画轴. 如图①, 画  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴, 三轴相交于点  $O$ , 使  $\angle xOy = 45^\circ$ ,  $\angle xOz = 90^\circ$ .



(2) 画下底面. 以  $O$  为原点, 在  $x$  轴上取线段  $EF$ , 使得  $EF=6$ , 在  $y$  轴上取线段  $GH$ , 使得  $GH=3$ , 再过  $G, H$  分别作  $AB \parallel EF, CD \parallel EF$ , 且使得  $AB$  的中点为  $G, CD$  的中点为  $H$ , 连接  $AD, BC$ , 这样就得到了正四棱台的下底面  $ABCD$  的直观图.

(3) 画上底面. 在  $z$  轴上截取线段  $OO_1=4$ , 过  $O_1$  作  $O_1x' \parallel Ox, O_1y' \parallel Oy$ , 使  $\angle x'O_1y' = 45^\circ$ , 建立坐标系  $x'O_1y'$ , 在  $x'O_1y'$  中仿照 (2) 的步骤画出上底面  $A_1B_1C_1D_1$  的直观图.

(4) 连接  $AA_1, BB_1, CC_1, DD_1$ , 擦去辅助线, 得到的图形就是所求的正四棱台的直观图 (如图②).

[规律方法]

画空间图形的直观图的原则

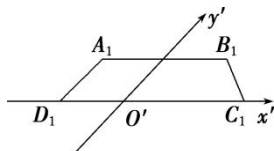
(1) 用斜二测画法画空间图形的直观图时, 图形中平行于  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴的线段在直观图中应分别画成平行于  $x'$  轴、 $y'$  轴、 $z'$  轴的线段.

(2) 平行于  $x$  轴、 $z$  轴的线段在直观图中长度保持不变, 平行于  $y$  轴的线段长度变为原来的  $\frac{1}{2}$ .

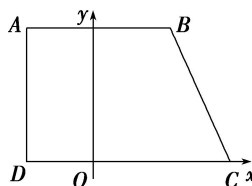
#### 探究点 3

### 直观图的还原与计算

例 3: 如图所示, 梯形  $A_1B_1C_1D_1$  是一平面图形  $ABCD$  的直观图. 若  $A_1D_1 \parallel O'y'$ ,  $A_1B_1 \parallel C_1D_1$ ,  $A_1B_1 = \frac{2}{3}C_1D_1 = 2$ ,  $A_1D_1 = O'D_1 = 1$ . 试画出原四边形, 并求原图形的面积.



【解】如图, 建立直角坐标系  $xOy$ , 在  $x$  轴上截取  $OD = O'D_1 = 1$ ,  $OC = O'C_1 = 2$ .



在过点  $D$  与  $y$  轴平行的直线上截取  $DA = 2D_1A_1 = 2$ . 在过点  $A$  与  $x$  轴平行的直线上截取  $AB = A_1B_1 = 2$ . 连接  $BC$ , 便得到了原图形 (如图).

由作法可知, 原四边形  $ABCD$  是直角梯形, 上、下底长度分别为  $AB = 2$ ,  $CD = 3$ , 直角腰长度为  $AD = 2$ .

所以面积为  $S = \frac{2+3}{2} \times 2 = 5$ .

#### [规律方法]

##### (1) 直观图的还原技巧

由直观图还原为平面图的关键是找与  $x'$  轴、 $y'$  轴平行的直线或线段, 且平行于  $x'$  轴的线段还原时长度不变, 平行于  $y'$  轴的线段还原时放大为直观图中相应线段长的 2 倍, 由此确定图形的各个顶点, 顺次连接即可.

##### (2) 直观图与原图面积之间的关系

若一个平面多边形的面积为  $S$ , 其直观图的面积为  $S'$ , 则有  $S' = \frac{\sqrt{2}}{4}S$  或  $S = 2\sqrt{2}S'$ . 利用这一公式可由原图形面积求其直观图面积或由直观图面积求原图形面积.

### 【课堂总结】

#### 1. 用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图的步骤

(1) 建系: 在已知图形中取互相垂直的  $x$  轴和  $y$  轴, 两轴相交于点  $O$ . 画直观图时, 把它们画成对应的  $x'$  轴与  $y'$  轴, 两轴交于点  $O'$ , 且使  $\angle x'O'y' = 45^\circ$  (或  $135^\circ$ ), 它们确定的平面表示水平面.

(2) 平行不变: 已知图形中平行于  $x$  轴或  $y$  轴的线段, 在直观图中分别画

成平行于  $x'$  轴或  $y'$  轴的线段.

(3) 长度规则: 已知图形中平行于  $x$  轴的线段, 在直观图中保持原长度不变, 平行于  $y$  轴的线段, 长度为原来的一半.

## 2. 空间几何体直观图的画法

(1) 与平面图形的直观图画法相比多了一个  $z$  轴, 直观图中与之对应的是  $z'$  轴.

(2) 直观图中平面  $x'O'y'$  表示水平平面, 平面  $y'O'z'$  和  $x'O'z'$  表示竖直平面.

(3) 已知图形中平行于  $z$  轴 (或在  $z$  轴上) 的线段, 在其直观图中平行性和长度都不变.

(4) 成图后, 去掉辅助线, 将被遮挡的部分改为虚线.

### [名师点拨]

(1) 画水平放置的平面图形的直观图, 关键是确定多边形顶点的位置, 借助于平面直角坐标系确定顶点后, 只需把这些顶点顺次连接即可.

(2) 用斜二测画法画直观图要掌握水平长不变, 垂线长减半, 直角画  $45^\circ$  (或  $135^\circ$ ).

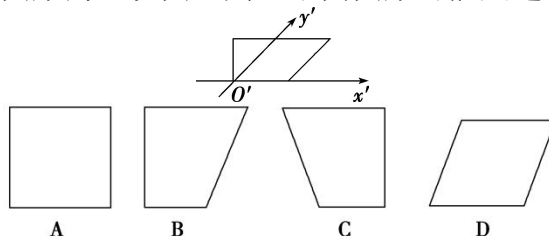
### 【课堂检测】

1. 用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图, 对其中的线段说法错误的是 ( )

- A. 原来相交的仍相交
- B. 原来垂直的仍垂直
- C. 原来平行的仍平行
- D. 原来共点的仍共点

答案: B

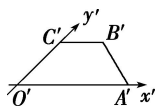
2. 如图为一平面图形的直观图, 则此平面图形可能是选项中的 ( )



解析: 选 C. 由斜二测画法的规则可知, 该平面图形为直角梯形, 又因为第一象限内的边平行于  $y'$  轴, 故选 C.

3. 如图是一梯形  $OABC$  的直观图, 其直观图面积为  $S$ , 则梯形  $OABC$  的面

积为 ( )



- A.  $2S$
- B.  $\sqrt{2}S$
- C.  $2\sqrt{2}S$
- D.  $\sqrt{3}S$

解析：选 C.法一：设  $O'C'=h$ ，则原梯形是一个直角梯形且高为  $2h$ ， $C'B'=CB$ ， $O'A'=OA$ .过  $C'$ 作  $C'D'\perp O'A'$ 于点  $D'$  (图略)，

则  $C'D'=\frac{\sqrt{2}}{2}h$ .由题意知

$$\frac{1}{2}C'D'(C'B'+O'A')=S, \text{ 即 } \frac{\sqrt{2}}{4}h(C'B'+O'A')=S.$$

又原直角梯形面积为

$$S'=\frac{1}{2}\cdot 2h(CB+OA)=h(C'B'+O'A')=\frac{4S}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}S.$$

所以梯形  $OABC$  的面积为  $2\sqrt{2}S$ .故选 C.

法二：由  $S_{\text{直观图}}=\frac{\sqrt{2}}{4}S_{\text{原图}}$ ，

可得  $S_{\text{梯形}OABC}=\frac{4S}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}S$ ，故选 C.

4. 若把一个高为 10cm 的圆柱的底面画在  $x'O'y'$  平面上，则圆柱的高应画成 ( )

- A. 平行于  $z'$ 轴且大小为 10cm
- B. 平行于  $z'$ 轴且大小为 5cm
- C. 与  $z'$ 轴成  $45^\circ$ 且大小为 10cm
- D. 与  $z'$ 轴成  $45^\circ$ 且大小为 5cm

解析：选 A.平行于  $z$  轴 (或在  $z$  轴上) 的线段，在直观图中的方向和长度都与原来保持一致.

5. 画一个正四棱锥 (底面为正方形，侧面为全等的等腰三角形) 的直观图 (尺寸自定).

解：步骤：

- (1) 画轴. 如图①，画  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴，使  $\angle xOy=45^\circ$ ， $\angle xOz=90^\circ$ .
- (2) 画底面. 以  $O$  为中心，在  $xOy$  平面内，画出正方形的直观图  $ABCD$ .

(3) 画顶点. 在  $Oz$  轴上截取  $OS$ , 使  $OS$  等于已知正四棱锥的高.

(4) 画棱. 连接  $SA, SB, SC, SD$ , 擦去辅助线 (坐标轴), 得到正四棱锥  $S-ABCD$  的直观图, 如图②所示.

