

21.2.1

配方法（2）

设计者：夏莉莉



问题1：解一元二次方程的基本思路

一元二次方程 $\xrightarrow[\text{转化}]{\text{降次}}$ 一元一次方程

问题2：什么样的方程可用直接开平方法解？

原方程变为 $(x+m)^2=n(n\geq 0)$ 或者 $x^2=p(p\geq 0)$ 的形式(其中 m,n,p 是常数)。

当 $n<0(p<0)$ 时，原方程无解。

问题3：解一元二次方程

(1) $(x-2)^2 - 6 = 0$

(2) $(2x+3)^2 + 1 = 0$

(3) $2(x-8)^2 = 50$

(4) $x^2+2x+1=5$



问题4：配成完全平方式

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2;$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2.$$

$$(1) x^2 + 2x + \frac{1^2}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

因式分解的完全平方公式

$$(2) x^2 - 8x + \frac{4^2}{4} = \left(x - \frac{4}{1}\right)^2$$

$$(3) y^2 + 5y + \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^2}{2} = \left(y + \frac{\frac{5}{2}}{2}\right)^2$$

$$(4) y^2 - \frac{1}{2}y + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{4} = \left(y - \frac{\frac{1}{4}}{4}\right)^2$$

你发现了什么规律？

二次项系数为1的完全平方式：

常数项等于一次项系数一半的平方

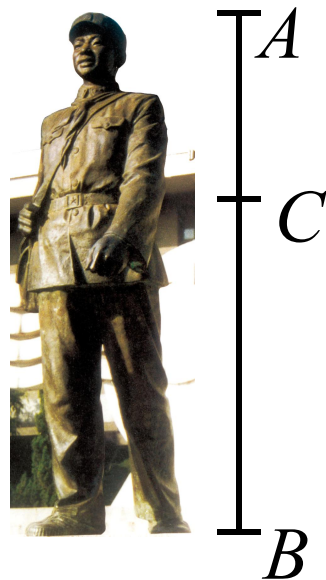


问题5: 在设计人体雕像时, 使雕像的上部(腰以上)与下部(腰以下)的高度比, 等于下部与全部(全身)的高度比, 可以增加视觉美感. 按此比例, 如果雕像的高为 2 m, 那么它的下部应设计为多高?

解: 设雕像的下部高为 x m,
据题意, 列方程得

$$x^2 = 2(2 - x),$$

整理得 $x^2 + 2x - 4 = 0$.





试一试：与方程 $x^2 + 2x + 1 = 5$ ② 比较，

怎样解方程 $x^2 + 2x - 4 = 0$ ①？

解：

移项



$$x^2 + 2x = 4 \quad \text{③}$$

两边加 1



$$x^2 + 2x + 1 = 4 + 1$$

左边写成平方式



$$\text{即 } (x + 1)^2 = 5$$

$$\text{由此可得 } x = -1 \pm \sqrt{5}$$

怎样把方程①化成方程②的形式呢？

怎样保证变形的正确性呢？



回顾解方程过程：

$$x^2 + 2x - 4 = 0$$

移项

$$x^2 + 2x = 4$$

两边加 1，左边
配成完全平方式

$$x^2 + 2x + 1 = 4 + 1$$

左边写成完全
平方式

$$(x+1)^2 = 5$$

降次

$$x+1 = \pm \sqrt{5}$$

$$x+1 = \sqrt{5} \text{ 或 } x+1 = -\sqrt{5}$$

解一次方程

$$x_1 = -1 + \sqrt{5}, x_2 = -1 - \sqrt{5}$$



想一想：以上解法中，为什么在方程③两边加 1？加其他数可以吗？如果不可以，说明理由。

一般地，当二次项系数为 1 时，二次式加上一次项系数一半的平方，二次式就可以写成完全平方的形式。

像这样通过配成完全平方式的方法得到了一元二次方程的根，这种方法 叫做配方法。



1.用配方法解一元二次方程的**基本思路**是什么？

把方程**化**为 $(x+n)^2=p$ 的形式，将一元二次方程**降次**，转化为一元一次方程求解。

2.配方法解一元二次方程的**一般步骤**有哪些？

移项：把常数项移到方程的右边；

配方：方程两边都加上一次项系数**一半的平方**；

开方：根据平方根意义，方程两边开平方；

求解：解一元一次方程。

注意：配方的关键是，方程两边同时加上一次项系数**一半的平方**。



1. 用配方法解方程 $x^2 + 8x + 7 = 0$ 方程可化为 (**B**)

A $(x - 4)^2 = 9$

B $(x + 4)^2 = 9$

C $(x - 8)^2 = 16$

D $(x + 8)^2 = 57$

1

2. 用配方法解方程 $x^2 + x = 2$ 应把方程两边同时加上 4

4

3. 填空：配成完全平方式

(1) $x^2 - 2x + \underline{1} = (x - 1)^2$

(2) $x^2 + 6x + \underline{9} = (x + 3)^2$

(3) $x^2 - 4x + 4 = (x - \underline{2})^2$

(4) $x^2 + \underline{12x} + 36 = (x + 6)^2$



例：解下列方程：

$$(1) \quad x^2 - 8x + 1 = 0;$$

解：(1) 移项，得

$$x^2 - 8x = -1,$$

配方，得 $x^2 - 8x + 4^2 = -1 + 4^2,$

$$\text{即} \quad (x - 4)^2 = 15$$

由此可得

$$x - 4 = \pm\sqrt{15},$$

$$x_1 = 4 + \sqrt{15}, x_2 = 4 - \sqrt{15}.$$

为什么方程两边都加上 4^2 ？加其他数行吗？



$$(2) \quad 2x^2 + 1 = 3x;$$

解：移项，得 $2x^2 - 3x = -1$,

二次项系数化为1，得

$$x^2 - \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2},$$

配方，得 $x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2$,

即
$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{16},$$

由此可得
$$x - \frac{3}{4} = \pm \frac{1}{4},$$
$$x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}.$$

移项和二次项系数化为1这两个步骤能不能交换一下呢？

方程的二次项系数不是1时，为便于配方，可以将方程各项的系数除以二次项系数。



$$(3) \quad 3x^2 - 6x + 4 = 0$$

解：移项，得

$$3x^2 - 6x = -4,$$

二次项系数化为1，得

$$x^2 - 2x = -\frac{4}{3},$$

配方，得

$$x^2 - 2x + 1^2 = -\frac{4}{3} + 1^2,$$

即

$$(x-1)^2 = -\frac{1}{3}.$$

为什么方程两边都加 1^2 ?

因为实数的平方不会是负数，所以 x 取任何实数时， $(x-1)^2$ 都是非负数，即上式都不成立，所以原方程无实数根。



题组一：解下列方程：

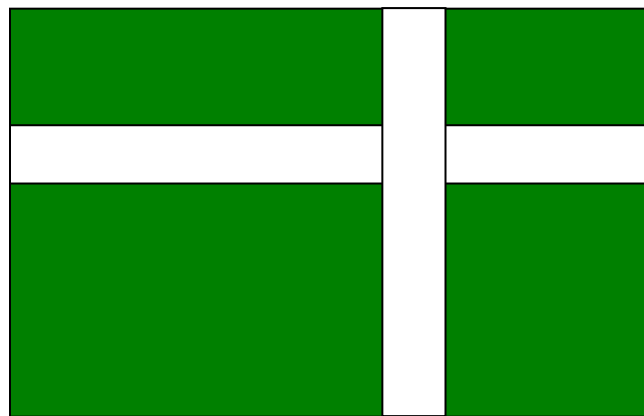
(1) $x^2+4x-9=2x-11$; (2) $x(x+4)=8x+12$;

(3) $4x^2-6x-3=0$; (4) $3x^2+6x-4=0$

题组二：如图，在一块

长35m、宽26m的矩形地面上，

修建同样宽的两条互相垂直的



道路，剩余部分栽种花草，要使剩余部分的面积为 850m^2 ，道路的宽应为多少？



谈谈你的收获!!

1.把一元二次方程通过配成完全平方式的方法得到了方程的根,这种解一元二次方程的方法叫做配方法.

2.用配方法解一元二次方程的一般步骤

(1) **移项**: 把常数项移到方程的右边;

(2) **化1**: 将二次项系数化为1;

(3) **配方**: 方程两边都加上一次项系数一半的平方;

(4) **开方**: 根据平方根意义,方程两边开平方;

(5) **求解**: 解一元一次方程;



注意:配方时,方程两边同时加上的是一次项系数一半的平方.