



5.4.3 正切函数的性质与图象

基础认知·自主学习 ➡

能力形成·合作探究 ➡

素养发展·创新应用 ➡

学情诊断·课堂测评 ➡

《课程标准》

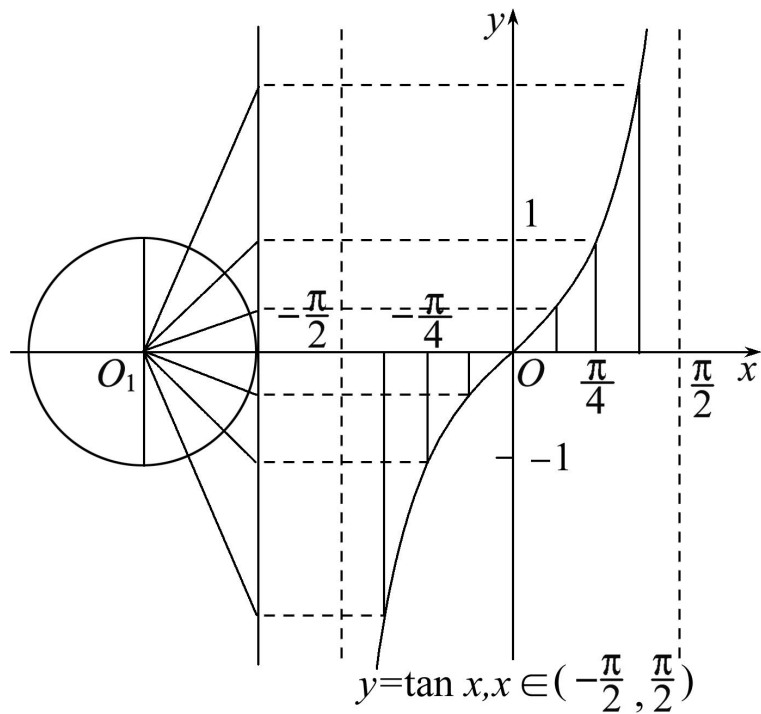
1. 借助单位圆能画出正切函数的图象
2. 借助图象,理解正切函数的性质

《课时目标》

- **必备知识** 正切函数的图象与性质
- **关键能力** 1.了解正切函数图象的画法,理解并掌握正切函数的性质;
2.能够利用正切函数的图象与性质解决相关问题
- **学科素养** 直观想象、逻辑推理、数学运算

教师专用 ▶ 导学素材

如图是某学生作出的正切函数 $y = \tan x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 的图象.





【问题 1】 根据该生画出的图形，你能说出作图的步骤吗？

【问题 2】 如何获得正切函数在整个定义域上的图象，其图象与正弦、余弦曲线有什么不同？

【问题 3】 结合图象，你能说出正切函数的一些性质吗？

正切函数的图象与性质

解析式	$y = \tan x$
图象	
定义域	$\left\{ x \mid x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z} \right\}$
值域	\mathbf{R}
最小正周期	π
奇偶性	奇函数
单调性	在每一个区间 $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$ $(k \in \mathbf{Z})$ 上都单调递增
对称性	对称中心 $\left(\frac{k\pi}{2}, 0 \right) (k \in \mathbf{Z})$

教师专用 ▶ 解透教材

1. 本质: (1)正切曲线的画法, 类比于“五点法”, 可以采用“三点两线法”画函数 $y = \tan x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的简图, 即可以先描三点 $\left(-\frac{\pi}{4}, -1\right)$, $(0, 0)$, $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$, 再画两条平行线 $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$, 然后连线, 这两条线实质上是正切函数图象的渐近线.

(2)应用“整体思想”，由正切函数 $y = \tan x (x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z})$ 的图象与性质，可推出形如函数 $y = A \tan (\omega x + \varphi) (A \neq 0)$ 的图象与性质.

世纪金榜版权所有
禁止出版等商业所用

违者必究



2. 混淆：(1) 正切函数在定义域上不具备单调性，但在每一个开区间 $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ ($k \in \mathbf{Z}$) 内是增函数。不能说函数在其定义域内是单调递增函数。

(2) 正切函数无单调递减区间，在每一个单调区间内都是递增的，并且每个单调区间均为开区间，不能写成闭区间。

思考与交流

正切函数 $y = \tan x$ 的图象与直线 $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$ 有公共点吗?

提示: 没有. 正切曲线是由被互相平行的直线 $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbf{Z}$) 隔开的无穷多支曲线组成的.



自我小测

问题串串烧

1. 正切函数是其定义域上的增函数吗？
2. 正切曲线是中心对称图形吗？
3. 正切曲线的对称轴是 $x = k\pi \pm \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$ 吗？
4. 正切函数的最小正周期是 2π 吗？

提示：1.不是；2.是；3.不是；4.不是.



教材连连看

观察教材 P211, 图 5.4-11, 你能说出函数 $y = -\tan x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的单调性吗?

提示: 因为函数 $y = -\tan x$ 与函数 $y = \tan x$ 的图象关于 x 轴对称, 故函数 $y =$

$-\tan x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上是减函数.



■ 小题快快练

1. 函数 $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期为()

- A. 2π B. π C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

【解析】选 C. 根据周期公式计算得 $T = \frac{\pi}{|\omega|} = \frac{\pi}{2}$.



2. 函数 $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的单调增区间为_____.

【解析】 令 $k\pi - \frac{\pi}{2} < x + \frac{\pi}{4} < k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$, 得 $k\pi - \frac{3}{4}\pi < x < k\pi + \frac{\pi}{4}$,

即 $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的单调增区间为 $\left(k\pi - \frac{3}{4}\pi, k\pi + \frac{\pi}{4}\right)$, $k \in \mathbf{Z}$.

答案: $\left(k\pi - \frac{3}{4}\pi, k\pi + \frac{\pi}{4}\right)$, $k \in \mathbf{Z}$



基础类型一 正切函数的定义域、周期性、奇偶性与对称性(数学抽象)

1. 若函数 $y=3\tan\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的最小正周期是 $\frac{\pi}{2}$ ，则 $\omega=(\quad)$

A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. ± 2

【解析】选 D. 依题意有 $T=\frac{\pi}{|\omega|}=\frac{\pi}{2}$ ，

所以 $|\omega|=2$ ，所以 $\omega=\pm 2$.



2. 函数 $f(x) = \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 是()

A. 奇函数

B. 偶函数

C. 既奇又偶函数

D. 非奇非偶函数

【解析】选 A. 函数定义域为 $\{x | x \neq k\pi - \frac{\pi}{4} \text{ 且 } x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, 关于原点对称,

$$\text{又 } f(-x) = \tan\left(-x - \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(-x + \frac{\pi}{4}\right) = -\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -f(x),$$

所以函数是奇函数.

3. 函数 $y=2\tan\left(3x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的一个对称中心是()

A. $\left(-\frac{\pi}{9}, 0\right)$

B. $\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right)$

C. $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$

D. $\left(\frac{2}{3}\pi, 0\right)$

【解析】选 A. $3x-\frac{\pi}{6}=\frac{k\pi}{2}$, $k\in\mathbf{Z}$, 则 $x=\frac{k\pi}{6}+\frac{\pi}{18}$, $k\in\mathbf{Z}$, 验证四个选项, 可

知选项 A 正确.



4. 函数 $y = \sqrt{\tan x + 1} + \lg(1 - \tan x)$ 的定义域为_____.

【解析】 要使函数 $y = \sqrt{\tan x + 1} + \lg(1 - \tan x)$ 有意义,

$$\text{则} \begin{cases} \tan x + 1 \geq 0, \\ 1 - \tan x > 0, \end{cases} \quad \text{即} -1 \leq \tan x < 1.$$

在 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上满足上述不等式的 x 的取值范围是 $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$.

又因为 $y = \tan x$ 的周期为 π , 所以函数的定义域为 $\left\{x \mid -\frac{\pi}{4} + k\pi \leq x < \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$.

答案: $\left\{x \mid -\frac{\pi}{4} + k\pi \leq x < \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$

■ 解题策略

与正切函数有关的简单性质问题的解决策略

(1) 求与正切函数有关的函数的定义域时，除了求函数定义域的一般要求外，还要

保证正切函数 $y = \tan x$ 有意义即 $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$.

(2) 函数 $y = A \tan(\omega x + \varphi)$ 的最小正周期为 $T = \frac{\pi}{|\omega|}$ ，常常利用此公式来求周期.

(3)判断函数的奇偶性要先求函数的定义域,判断其是否关于原点对称,若不对称,则该函数无奇偶性;若对称,再判断 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 的关系.

(4)正切函数图象的对称中心是 $\left(\frac{k\pi}{2}, 0\right)$ ($k \in \mathbf{Z}$), 不存在对称轴.

世纪金榜版权所有
禁止出版等商业所用



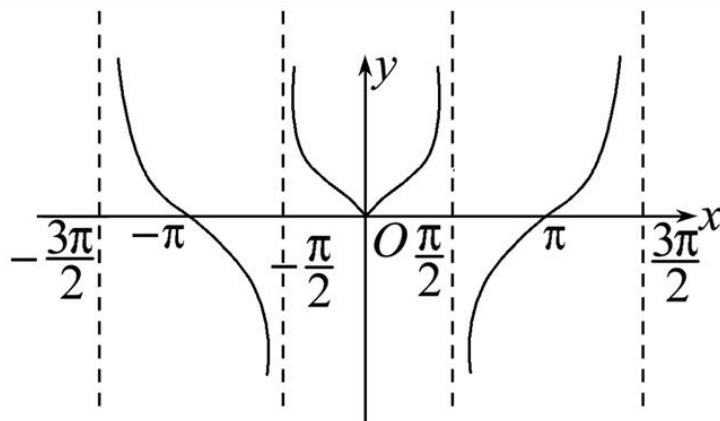
基础类型二 正切函数的图象及应用(直观想象)

【典例】 已知函数 $f(x) = \tan |x|$.

(1) 判断函数的奇偶性;

(2) 若函数 $g(x) = f(x) - a$ 在 $\left(-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ 有两个零点, 求 a 的取值范围.

【解析】由于 $f(x) = \tan |x| = \begin{cases} \tan x, & x \geq 0, \\ \tan(-x), & x < 0. \end{cases}$ 其图象如图：



(1) 因为函数 $f(x) = \tan |x|$ 的图象关于 y 轴对称, 故为偶函数(也可以利用偶函数的定义证明).

(2) 由题意知, 函数 $f(x) = \tan |x|$ 与 $y = a$ 的图象在 $\left(-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ 上有两个交点, 结合

$f(x) = \tan |x|$ 可得, $a < 0$.

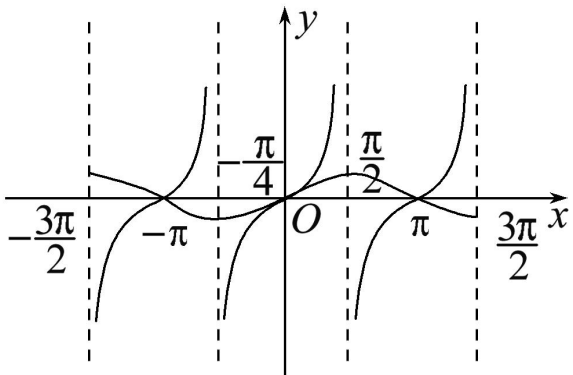
**教师专用** 【备选例题】

在区间 $\left(-\frac{3}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$ 范围内, 函数 $y=\tan x$ 与函数 $y=\sin x$ 的图象交点的个数为

()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【解析】选 C.方法一：在同一直角坐标系中，首先作出 $y=\sin x$ 与 $y=\tan x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 内的图象，需明确 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时，有 $\sin x < x < \tan x$ (利用单位圆中的正弦线、正切线就可证明)，然后利用对称性作出 $x \in \left(-\frac{3}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$ 的两函数的图象，如图所示，由图象可知它们有三个交点.



方法二: $y = \sin x$, $y = \tan x$, $x \in \left(-\frac{3}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$,

即 $\sin x - \tan x = \sin x - \frac{\sin x}{\cos x}$, $\sin x \left(1 - \frac{1}{\cos x}\right) = 0$, $\sin x = 0$ 或 $\cos x = 1$. 在

$x \in \left(-\frac{3}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$ 内, $x = -\pi, 0, \pi$ 满足 $\sin x = 0$, $x = 0$ 满足 $\cos x = 1$, 所以交点

个数为 3.

■ 解题策略

利用对称变换作出相关函数的图象的方法

$$(1) y=f(x) \xrightarrow{\substack{\text{保留 } y \text{ 轴右边的图象, 再将 } y \text{ 轴} \\ \text{右边的图象对称翻到 } y \text{ 轴的左边}}} y=f(|x|);$$

$$(2) y=f(x) \xrightarrow{\substack{\text{保留 } x \text{ 轴上方的图象, 再将 } x \text{ 轴} \\ \text{下方的图象对称翻到 } x \text{ 轴的上方}}} y=|f(x)|.$$

禁止出版

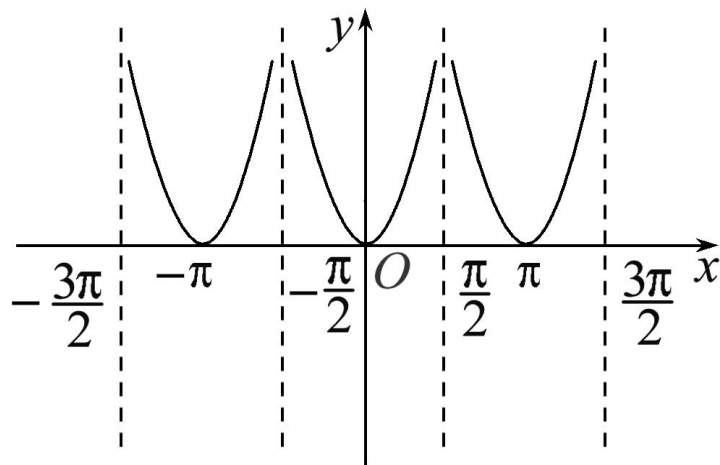
◀◀◀ 跟踪训练 ▶▶▶

函数 $y=|\tan x|$ 的最小正周期为_____.

【解析】 由 $y=|\tan x|$ 得, $y=$

$$\begin{cases} \tan x \left(k\pi \leq x < k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z} \right), \\ -\tan x \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi < x < k\pi, k \in \mathbf{Z} \right). \end{cases}$$

其图象如图:



结合图象, 可得最小正周期为 π .

答案: π

教师专用 ▶ 【加固训练】

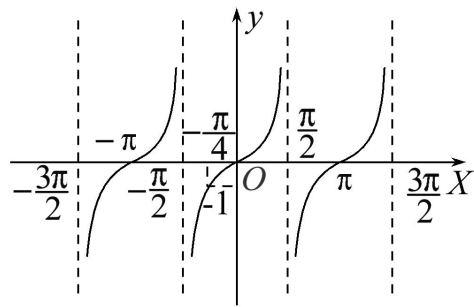
求不等式 $\tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \leq -1$ 的解集.

【解析】令 $X = 2x + \frac{\pi}{6}$ ，作出 $y = \tan X$ 的图象，如图所示.

由图可知不等式 $\tan X \leq -1$ 的解为 $k\pi - \frac{\pi}{2} < X \leq k\pi - \frac{\pi}{4}$ ($k \in \mathbf{Z}$).

所以 $k\pi - \frac{\pi}{2} < 2x + \frac{\pi}{6} \leq k\pi - \frac{\pi}{4}$ ($k \in \mathbf{Z}$), 即 $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{3} < x \leq \frac{k\pi}{2} - \frac{5\pi}{24}$ ($k \in \mathbf{Z}$),

所以 $\tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \leq -1$ 的解集为 $\left\{x \mid \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{3} < x \leq \frac{k\pi}{2} - \frac{5\pi}{24}, k \in \mathbf{Z}\right\}$.





综合类型 正切函数的单调性及应用(逻辑推理)

角度 1 求单调区间

【典例】函数 $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ 的单调区间为_____.

世纪金榜版权所有
禁止出版等商业所用

供教师教学活动所用
违者必究



【解析】 $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = -\tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right),$

由 $k\pi - \frac{\pi}{2} < 2x - \frac{\pi}{4} < k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbf{Z}),$ 得 $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8} < x < \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8} \quad (k \in \mathbf{Z}),$

故 $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ 在 $\left(\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}, \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) \quad (k \in \mathbf{Z})$ 上为增函数.

所以函数 $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ 在 $\left(\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}, \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) \quad (k \in \mathbf{Z})$ 上为减函数.

函数 $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ 减区间为 $\left(\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}, \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) \quad (k \in \mathbf{Z}).$

答案: $\left(\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}, \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) \quad (k \in \mathbf{Z})$



■ 解题策略

求函数 $y = \tan(\omega x + \varphi)$ 的单调区间的方法

$y = \tan(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 的单调区间的求法是把 $\omega x + \varphi$ 看成一个整体, 解 $-\frac{\pi}{2} + k\pi < \omega x + \varphi < \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$ 即可. 当 $\omega < 0$ 时, 先用诱导公式把 ω 化为正值再求单调区间.

教师专用 【加固训练】

试讨论函数 $y = \log_a \tan x$ 的单调性.

【解析】 令 $u = \tan x$,

① 当 $a > 1$ 时, $y = \log_a u$ 在 $u \in (0, +\infty)$ 上单调递增; 当 $x \in \left(k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ ($k \in \mathbf{Z}$) 时,

$u = \tan x$ 是单调递增的, 所以 $y = \log_a \tan x$ 在 $x \in \left(k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ ($k \in \mathbf{Z}$) 上是单调增函数.

② 当 $0 < a < 1$ 时, $y = \log_a u$ 在 $u \in (0, +\infty)$ 上单调递减; 当 $x \in \left(k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right) (k \in \mathbf{Z})$

时, $u = \tan x$ 是单调递增的, 所以 $y = \log_a \tan x$ 在 $x \in \left(k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right) (k \in \mathbf{Z})$ 上是单调减函数.

综上, 当 $a > 1$ 时, $y = \log_a \tan x$ 在 $x \in \left(k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right) (k \in \mathbf{Z})$ 上是单调增函数; 当 $0 < a < 1$

时, $y = \log_a \tan x$ 在 $x \in \left(k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right) (k \in \mathbf{Z})$ 上是单调减函数.



角度2 比较大小

【典例】 比较下列两个数的大小(用“>”或“<”填空):

$$(1) \tan \frac{2\pi}{7} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \tan \frac{10\pi}{7};$$

【解析】 $\tan \frac{10\pi}{7} = \tan \frac{3\pi}{7}$, 且 $0 < \frac{2\pi}{7} < \frac{3\pi}{7} < \frac{\pi}{2}$,

又 $y = \tan x$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递增.

所以 $\tan \frac{2\pi}{7} < \tan \frac{3\pi}{7}$, 即 $\tan \frac{2\pi}{7} < \tan \frac{10\pi}{7}$.

答案: <

$$(2) \tan \frac{6\pi}{5} \text{ ______ } \tan \left(-\frac{13\pi}{5} \right).$$

【解析】 $\tan \frac{6\pi}{5} = \tan \frac{\pi}{5}$, $\tan \left(-\frac{13\pi}{5} \right) = \tan \frac{2\pi}{5}$,

因为 $0 < \frac{\pi}{5} < \frac{2\pi}{5} < \frac{\pi}{2}$,

又 $y = \tan x$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2} \right)$ 上单调递增,

所以 $\tan \frac{\pi}{5} < \tan \frac{2\pi}{5}$, 则 $\tan \frac{6\pi}{5} < \tan \left(-\frac{13\pi}{5} \right)$.

答案: <

■ 解题策略

运用正切函数单调性比较大小的方法

- (1) 运用函数的周期性或诱导公式将角化到同一单调区间内.
- (2) 运用单调性比较大小关系.

世纪金榜版权所有
禁止出版等商业所用
教师教... 活动使用
违者必...

**教师专用** 【加固训练】

比较 $\tan 1$, $\tan 2$, $\tan 3$ 的大小.

【解析】 因为 $\tan 2 = \tan(2 - \pi)$, $\tan 3 = \tan(3 - \pi)$.

又因为 $\frac{\pi}{2} < 2 < \pi$, 所以 $-\frac{\pi}{2} < 2 - \pi < 0$.

因为 $\frac{\pi}{2} < 3 < \pi$, 所以 $-\frac{\pi}{2} < 3 - \pi < 0$, 显然 $-\frac{\pi}{2} < 2 - \pi < 3 - \pi < 1 < \frac{\pi}{2}$, 且 $y = \tan x$ 在

$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 内是增函数, 所以 $\tan(2 - \pi) < \tan(3 - \pi) < \tan 1$, 即 $\tan 2 < \tan 3 < \tan 1$.



角度3 求最值或值域

【典例】 函数 $y = \tan^2 x - 4 \tan x + 1$ 的值域为_____.

【解析】 设 $\tan x = t$, 则 $t \in \mathbf{R}$,

因此 $y = t^2 - 4t + 1 = (t - 2)^2 - 3 \geq -3$,

所以所求值域为 $[-3, +\infty)$.

答案: $[-3, +\infty)$



一题多变

本例函数不变，若 $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ ，试求其值域。

【解析】 设 $\tan x = t$ ，因为 $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ ，所以 $1 \leq t \leq \sqrt{3}$ ，

所以 $y = t^2 - 4t + 1 = (t - 2)^2 - 3$ ，所以函数 $y = t^2 - 4t + 1$ 在 $[1, \sqrt{3}]$ 上为减函数，

所以当 $t = 1$ ，即 $x = \frac{\pi}{4}$ 时， $y_{\max} = -2$ ；当 $t = \sqrt{3}$ ，即 $x = \frac{\pi}{3}$ 时， $y_{\min} = 4 - 4\sqrt{3}$ 。

故所求值域为 $[4 - 4\sqrt{3}, -2]$ 。

■ 解题策略

求解含有正切函数的复合函数的值域(或最值)问题的基本方法是换元法, 换元后或转化为以前学过熟悉的函数的值域(或最值)问题, 或利用正切函数的单调性来求解.

世纪金榜版权所有
禁止出版等商业所用



创新思维 换元法求函数的值域(逻辑推理)

【典例】求函数 $y = \frac{1 + \tan^2 x - \tan x}{1 + \tan^2 x + \tan x}$ 的值域.

【解析】设 $\tan x = t$, 则 $t \in \mathbf{R}$, 因此 $y = \frac{1 + t^2 - t}{1 + t^2 + t}$,

所以 $(y - 1)t^2 + (y + 1)t + y - 1 = 0$,

所以 $\Delta = (y + 1)^2 - 4(y - 1)^2 \geq 0$, 即 $3y^2 - 10y + 3 \leq 0$,

所以 $\frac{1}{3} \leq y \leq 3$, 所以所求函数的值域为 $\left[\frac{1}{3}, 3\right]$

■ 解题策略

通过换元，转化为关于 t 的二次方程，利用判别式的范围求出值域.

世纪金榜版权所有

禁止出版等商业所用

供教师教

违者必究

动使用

教师专用 【加固训练】

函数 $y = \frac{\cos x}{2\sin x - \cos x}$ 的值域是()

- A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
C. $(-\infty, 0)$ D. $(-1, +\infty)$



【解析】选 A. 当 $\cos x=0$ 时, $y=0$;

$$\text{当 } \cos x \neq 0 \text{ 时, } y = \frac{\cos x}{2\sin x - \cos x} = \frac{1}{2\tan x - 1} = \frac{\frac{1}{2}}{\tan x - \frac{1}{2}},$$

$$\text{设 } \tan x = t (t \neq \frac{1}{2}), \text{ 则 } y = \frac{\frac{1}{2}}{t - \frac{1}{2}}, \text{ 所以 } y \neq 0.$$

所以所求函数的值域为 $(-\infty, +\infty)$.



1. 下列说法正确的是()

A. $y = \tan x$ 是增函数

B. $y = \tan x$ 在第一象限是增函数

C. $y = \tan x$ 在某一区间上是减函数

D. $y = \tan x$ 在区间 $\left(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2}\right)$ ($k \in \mathbf{Z}$) 上是增函数

【解析】选 D. 由正切函数的图象可知 D 正确.

2. 函数 $y = \frac{1}{\tan x} \left(-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \right)$ 的值域是()

A. $(-1, 1)$ B. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

C. $(-\infty, 1)$ D. $(-1, +\infty)$

【解析】选 B. 因为 $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$, 所以 $-1 < \tan x < 1$.



3. 函数 $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ 的定义域为_____.

【解析】因为 $2x - \frac{\pi}{4} \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$,

所以 $x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{3}{8}\pi$, $k \in \mathbf{Z}$.

答案: $\left\{x \mid x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{3}{8}\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$



4. 函数 $y = -\tan x$ 的单调递减区间是_____.

【解析】 因为 $y = \tan x$ 与 $y = -\tan x$ 的单调性相反, 所以 $y = -\tan x$ 的单调递减

区间为 $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right) (k \in \mathbf{Z})$.

答案: $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right) (k \in \mathbf{Z})$



5. 比较大小: $\tan \frac{13\pi}{3}$ _____ $\tan \frac{19\pi}{6}$.

【解析】 因为 $\tan \frac{13\pi}{3} = \tan \frac{\pi}{3}$, $\tan \frac{19\pi}{6} = \tan \frac{\pi}{6}$,

又 $0 < \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2}$, $y = \tan x$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ 内单调递增,

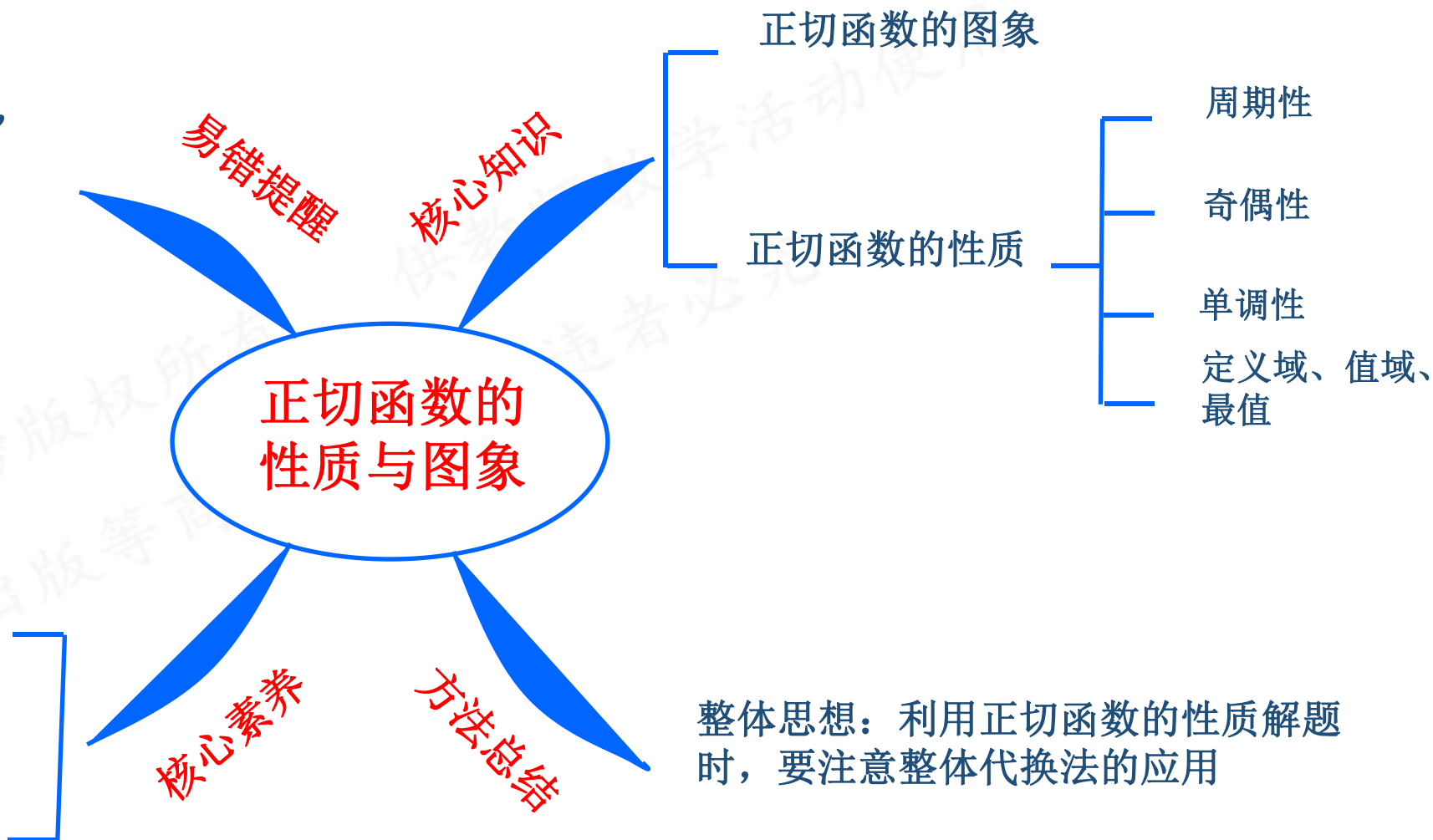
所以 $\tan \frac{\pi}{6} < \tan \frac{\pi}{3}$, 即 $\tan \frac{19\pi}{6} < \tan \frac{13\pi}{3}$.

答案: >

求函数的单调区间时，
注意 x 的系数的正负

直观想象：通过正切函数
图象的运用，培养直观想
象的核心素养

逻辑推理：通过正切函数
性质的运用，培养逻辑推
理的核心素养



整体思想：利用正切函数的性质解题
时，要注意整体代换法的应用



本课结束

更多精彩内容请登录：www.jb1000.com