5.4.1 正弦函数、余弦函数的图像 教学设计

教材分析

由于三角函数是刻画周期变化现象的数学模型，这也是三角函数不同于其他类型函数的最重要的地方，而且对于周期函数，我们只要认识清楚它在一个周期的区间上的性质，那么它的性质也就完全清楚了，因此本节课利用单位圆中的三角函数的定义、三角函数值之间的内在联系性等来作图，从画出的图形中观察得出五个关键点，得到"五点法"画正弦函数、余弦函数的简图.

教学目标与核心素养

课程目标

1.掌握"五点法"画正弦曲线和余弦曲线的步骤和方法，能用"五点法"作出简单的正弦、余弦曲线.

2.理解正弦曲线与余弦曲线之间的联系.

数学学科素养

1.数学抽象：正弦曲线与余弦曲线的概念；

2.逻辑推理：正弦曲线与余弦曲线的联系；

3.直观想象：正弦函数余弦函数的图像；

4.数学运算：五点作图；

5.数学建模：通过正弦、余弦图象图像，解决不等式问题及零点问题，这正是数形结合思想方法的应用.

教学重难点

重点：正弦函数、余弦函数的图象.

难点：正弦函数与余弦函数图象间的关系.

课前准备

教学方法：以学生为主体，小组为单位，采用诱思探究式教学，精讲多练。

教学工具：多媒体。

教学过程

一、 情景导入

遇到一个新的函数，非常自然地是画出它的图象，观察图象的形状，看看有什么特殊点，并借助图象研究它的性质，如：值域、单调性、奇偶性、最大值与最小值等．我们也很自然地想知道 $y=\sin x$ 与 $y=\cos x$ 的图象是怎样的呢？回忆我们在必修 1 中学过的指数函数、对数函数的图象是什么？是如何画出它们图象的(列表描点法：列表、描点、连线)？请学生尝试画出当 $x\in[0,2\pi]$时，$y=$

sinx 的图象．

要求：让学生自由发言，教师不做判断。而是引导学生进一步观察.研探.

二、预习课本，引入新课

阅读课本 196-199 页，思考并完成以下问题

1.任意角的正弦函数在单位圆中是怎样定义的？

2．怎样作出正弦函数 y=sinx 的图像？

3.怎样作出余弦函数 y＝cos x 的图像？

4.正弦曲线与余弦曲线的区别与联系.

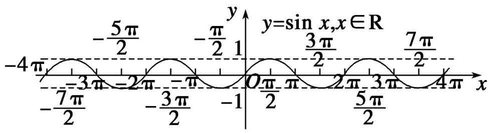
要求：学生独立完成，以小组为单位，组内可商量，最终选出代表回答问题。

三、新知探究

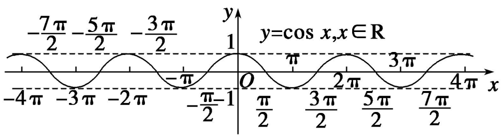
1．正弦曲线、余弦曲线

(1)定义：正弦函数 $y=\sin x(x\in \mathbf{R})$和余弦函数 $y=\cos x(x\in \mathbf{R})$的图象分别叫做<u>正弦</u>曲线和<u>余弦</u>曲线．

(2)图象：如图所示．



(1)



(2)

2．“五点法”画图

步骤：(1)列表：

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$\cos x$	1	0	-1	0	1

(2)描点：画正弦函数 $y=\sin x$，$x\in[0,2\pi]$的图象，五个关键点是$(0,0)$，$(\frac{\pi}{2}，1)$，$(\pi，0)$，$(\frac{3\pi}{2}，-1)$，$(2\pi，0)$．；

画余弦函数 $y=\cos x$，$x\in[0,2\pi]$的图象，五个关键点是$(0,1)$，$(\frac{\pi}{2}，0)$，$(\pi，-1)$，$(\frac{3\pi}{2}，0)$，$(2\pi，1)$．

(3)用光滑曲线顺次连接这五个点，得到正、余弦曲线的简图．

3．正、余弦曲线的联系

依据诱导公式 $\cos x=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$，要得到 $y=\cos x$ 的图象，只需把 $y=\sin x$ 的图象向<u>左</u>平移$\frac{\pi}{2}$个单位长度即可．

四、典例分析、举一反三

题型一　　作正弦函数、余弦函数的简图

例 1 画出下列函数的简图

(1)$y=1+\sin x$，$x\in[0,2\pi]$；(2)$y=-\cos x$，$x\in[0,2\pi]$．

【答案】见解析

【解析】(1)按五个关键点列表：

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	－1	0
$1+\sin x$	1	2	1	0	1

描点并将它们用光滑的曲线连接起来(如图 1).

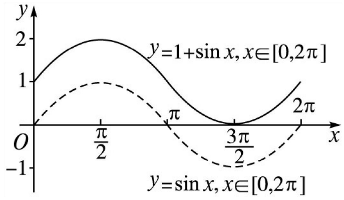


图 1

(2)按五个关键点列表：

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	0	－1	0	1
$-\cos x$	－1	0	1	0	－1

描点并将它们用光滑的曲线连接起来(如图 2).

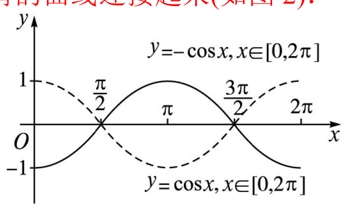


图 2

解题技巧：（简单三角函数图像画法）

1、五点作图法：作正弦曲线、余弦曲线要理解几何法作图，掌握五点法作图."五点"即 $y=\sin x$ 或 $y=\cos x$ 的图象在$[0,2\pi]$内的最高点、最低点和与 x 轴的交点.

2、图象变换：平移变换、对称变换、翻折变换.

跟踪训练一

1.画出函数 $y=|\sin x|$，$x\in\mathbf{R}$ 的简图.

【答案】见解析.

【解析】按三个关键点列表：

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin x$	0	1	0
$y=\|\sin x\|$	0	1	0

描点并将它们用光滑的曲线连接起来(如图 3).

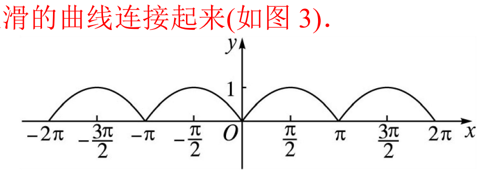


图 3

2. 在给定的直角坐标系如图 4 中，作出函数 $f(x)=\sqrt{2}\cos(2x+\frac{\pi}{4})$在区间$[0,\pi]$上的图象.

【答案】见解析.

【解析】列表取点如下：

x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{8}$	π
$2x+\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{9\pi}{4}$
$f(x)$	1	0	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	1

描点连线作出函数 $f(x)=\sqrt{2}\cos(2x+\frac{\pi}{4})$在区间$[0，\pi]$上的图象如图 5 所示．

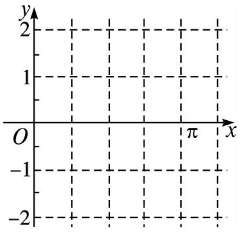


图 4

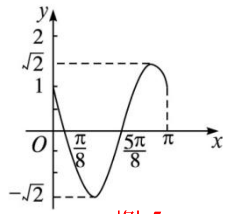


图 5

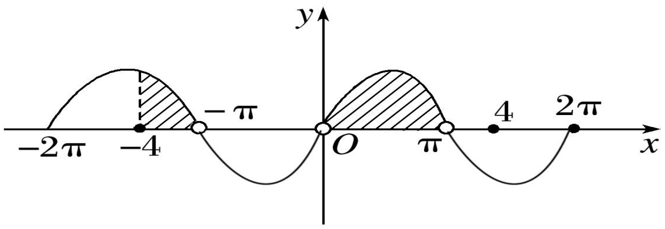
题型二　正弦函数、余弦函数图象的简单应用

例 2　求函数 $f(x)=\lg\sin x+\sqrt{16-x^2}$的定义域.

【答案】见解析.

【解析】由题意，得 x 满足不等式组$\begin{cases}\sin x>0,\\16-x^2\geq 0,\end{cases}$　即$\begin{cases}-4\leq x\leq 4,\\\sin x>0,\end{cases}$

作出 $y=\sin x$ 的图象，如图所示.



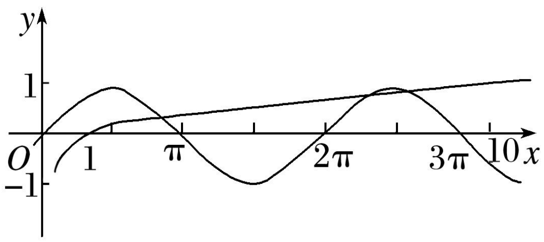
结合图象可得：$x\in[-4，-\pi)\cup(0，\pi)$.

例 3　在同一坐标系中，作函数 $y=\sin x$ 和 $y=\lg x$ 的图象，根据图象判断出方程 $\sin x=\lg x$ 的解的个数.

【答案】见解析.

【解析】建立平面直角坐标系 xOy，先用五点法画出函数 $y=\sin x$，$x\in[0,2\pi]$的图象，再依次向左、右连续平移 2π个单位，得到 $y=\sin x$ 的图象.

描出点(1,0)，(10,1)，并用光滑曲线连接得到 $y=\lg x$ 的图象，如图所示.



由图象可知方程 $\sin x=\lg x$ 的解有 3 个

解题技巧：　(正弦函数、余弦函数图象的简单应用)

1.解不等式问题：三角函数的定义域或不等式可以借助函数图象直观地观察得到，同时要注意区间端点的取舍.

2.方程的根(或函数零点)问题：三角函数的图象是研究函数的重要工具，通过图象可较简便的解决问题，这正是数形结合思想方法的应用.

跟踪训练二

1.函数 $y=\sqrt{2\sin x-1}$的定义域为________________________________.

【答案】$\left[\frac{\pi}{6}+2k\pi,\ \frac{5\pi}{6}+2k\pi\right]$，$k\in\mathbf{Z}$.

【解析】　由题意知，自变量 x 应满足 $2\sin x-1\geq0$，

即 $\sin x\geq\frac{1}{2}$.由 $y=\sin x$ 在$[0,2\pi]$的图象，可知$\frac{\pi}{6}\leq x\leq\frac{5}{6}\pi$，又有 $y=\sin x$ 的周期性，

可得 $y=\sqrt{2\sin x-1}$的定义域为$\left[\frac{\pi}{6}+2k\pi,\ \frac{5\pi}{6}+2k\pi\right]$，$k\in\mathbf{Z}$.

2. 若函数 $f(x)=\sin x-2m-1$，$x\in[0,2\pi]$有两个零点，求 m 的取值范围.

【答案】$m\in(-1,\ \frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2},\ 0)$.

【解析】由题意可知，$\sin x-2m-1=0$，在$[0,2\pi]$上有 2 个根.即 $\sin x=2m+1$ 有两个根.

可转化为 $y=\sin x$ 与 $y=2m+1$ 两函数图象有 2 个交点.

由 $y=\sin x$ 图象可知：　$-1<2m+1<1$，且 $2m+1\neq0$，　解得$-1<m<0$，且 $m\neq-\frac{1}{2}$.

$\therefore m\in(-1,\ \frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2},\ 0)$.

五、课堂小结

让学生总结本节课所学主要知识及解题技巧

六、板书设计

5.4.1　正弦函数、余弦函数的图像			
1. 正弦曲线	例 1	例 2	例 3
2. 余弦曲线			
3. 五点作图			

七、作业

课本 200 页练习，213 习题 5.4 第 1 题.

教学反思

本节课所画的图象较多，能迅速准确地画出函数图象对初学者来说是一个较高的要求，重在学生动手操作，不要怕学生出错．通过画图可以培养学生的动手能力、模仿能力．开始时要慢些，尤其是“五点法”，每个点都要能准确地找到，然后迅速画出图象．