

2.3.1 两条直线的交点坐标

2.3.2 两点间的距离公式

【学习目标】

课程标准	学科素养
1. 会用解方程组的方法求两条相交直线的交点坐标(重点).	1、直观想象
2. 会根据方程解的个数判定两条直线的位置关系(重点).	2、数学运算
3. 掌握两点间距离公式并会应用(难点).	3、数形结合

【自主学习】

知识点一 两条直线的交点

1. 两直线的交点

几何元素及关系	代数表示
点 A	$A(a, b)$
直线 l_1, l_2	$l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$ $l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$
点 A 在直线 l_1 上	_____
直线 l_1 与 l_2 的交点是 A	$\begin{cases} A_1a + B_1b + C_1 = 0, \\ A_2a + B_2b + C_2 = 0 \end{cases}$

2. 两直线的位置关系

方程组 $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$ 的解	一组	无数组	无解
直线 l_1 与 l_2 的公共点的个数	一个	_____	零个
直线 l_1 与 l_2 的位置关系	_____	重合	_____

知识点二 两点间的距离

1. 公式: 点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 间的距离公式 $|P_1P_2| = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 文字叙述: 平面内两点的距离等于这两点的横坐标之差与纵坐标之差的平方和的算术平方根.

【小试牛刀】

1. 平面内两点间的距离公式与坐标顺序是否有关?

2. 式子 $\sqrt{x^2 + y^2}$ 的几何意义是什么?



3. 若两直线相交，则交点坐标一定是两直线方程所组成的二元一次方程组的解。()
4. 点 $P_1(0, a)$ ，点 $P_2(b, 0)$ 之间的距离为 $a-b$ 。()
5. 无论 m 为何值， $x-y+1=0$ 与 $x-2my+3=0$ 必相交。()
6. 若两直线的方程组成的方程组有解，则两直线相交。()

【经典例题】

题型一 求相交直线的交点坐标

注意：求两相交直线的交点坐标，关键是解方程组，解二元一次方程组的常用方法有代入消元法和加减消元法。

- (1) 若一条直线的方程是斜截式，常常应用代入消元法解方程组。
- (2) 若直线的方程都是一般式，常常应用加减消元法解方程组。

例 1 直线 l 过原点，且经过另两条直线 $2x+3y+8=0$ ， $x-y-1=0$ 的交点，则直线 l 的方程为_____。

[跟踪训练] 1

- (1) 若两直线 $2x+3y-k=0$ 和 $x-ky+12=0$ 的交点在 y 轴上，则 $k=$ _____；
- (2) 求经过两条直线 $2x-3y-3=0$ 和 $x+y+2=0$ 的交点且与直线 $3x+y-1=0$ 垂直的直线方程。

题型二 两点间的距离

例 2 已知 $A(-1, 0)$ ， $B(5, 6)$ ， $C(3, 4)$ 三点，则 $\frac{|AC|}{|CB|}$ 的值为()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 3 D. 2

[跟踪训练] 2 已知点 $A(-1, 2)$ ， $B(2, \sqrt{7})$ ，在 x 轴上求一点 P ，使 $|PA|=|PB|$ ，并求 $|PA|$ 的值。



题型三 直线系过定点问题

注意：1.过两直线交点的直线系方程的设法

经过两直线 $l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$ 交点的直线系方程为 $A_1x + B_1y + C_1 + \lambda(A_2x + B_2y + C_2) = 0$ ，其中 λ 是待定系数，在此方程中，无论 λ 取什么实数，都不能表示直线 l_2 。

2. 过两条直线交点的直线方程的求法

(1)常规解法(方程组法)：一般是先解方程组求出交点坐标，再结合其他条件写出直线方程。

(2)特殊解法(直线系法)：先设出过两直线交点的直线方程，再结合条件利用待定系数法求出参数，最后确定直线方程。

例3 (1) 不论 m 为何实数，直线 $(m-1)x + (2m-1)y = m-5$ 恒过的定点坐标是_____。

(2) 无论 m 为何值，直线 $l: (m+1)x - y - 7m - 4 = 0$ 恒过一定点 P ，求点 P 的坐标。

[跟踪训练]3 已知直线 $(a-2)y = (3a-1)x - 1$ ，求证：无论 a 为何值，直线总经过第一象限。

【当堂达标】

1. 已知直线 $l_1: 3x + 4y - 5 = 0$ 与 $l_2: 3x + 5y - 6 = 0$ 相交，则它们的交点是()

- A. $(-1, \frac{1}{3})$ B. $(\frac{1}{3}, 1)$
C. $(1, \frac{1}{3})$ D. $(-1, -\frac{1}{3})$

2. 已知点 (x, y) 到原点的距离等于 1，则实数 x, y 满足的条件是()

- A. $x^2 - y^2 = 1$ B. $x^2 + y^2 = 0$
C. $\sqrt{x^2 + y^2} = 1$ D. $\sqrt{x^2 + y^2} = 0$

3. 若直线 $l_1: y = kx + 1$ 与 $l_2: x - y - 1 = 0$ 的交点在第一象限内，则 k 的取值范围是()

- A. $(1, +\infty)$ B. $(-1, 1)$



C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

D. $(-\infty, -1)$

4. 不论 m 取何实数，直线 $(m+2)x - (m+1)y + m+1 = 0$ 恒过定点_____.

5. 斜率为 -2 ，且过两条直线 $3x - y + 4 = 0$ 和 $x + y - 4 = 0$ 交点的直线方程为_____.

6. 已知两条直线 $l_1: mx + 8y + n = 0$ 和 $l_2: 2x + my - 1 = 0$,

试分别确定 m, n 的值，使：

(1) l_1 与 l_2 相交于一点 $P(m, 1)$;

(2) $l_1 \parallel l_2$ 且 l_1 过点 $(3, -1)$;

(3) $l_1 \perp l_2$ 且 l_1 在 y 轴上的截距为 -1 .



【参考答案】

【自主学习】

$A_1a+B_1b+C_1=0$ 相交 无数个 平行 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.

【小试牛刀】

1. 无关. 在计算公式中 x_2 与 x_1 , y_2 与 y_1 的位置可以互换, 不影响计算结果.

2. 式子 $\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2}$ 表示平面上的点 (x, y) 到原点的距离.

3. $\sqrt{4} \times 5 \times 6 \times$

【经典例题】

例 1 解 由方程组 $\begin{cases} 2x+3y+8=0, \\ x-y-1=0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=-1, \\ y=-2, \end{cases}$

$\therefore$ 两直线交点为 $(-1, -2)$, 则直线 l 的方程为 $y-0=\frac{-2-0}{-1-0}(x-0)$, 即 $2x-y=0$.

[跟踪训练] 1 (1) 在 $2x+3y-k=0$ 中, 令 $x=0$, 得 $y=\frac{k}{3}$, 将 $(0, \frac{k}{3})$ 代入 $x-ky+12=0$, 解得 $k=\pm 6$.

(2) 由方程组 $\begin{cases} 2x-3y-3=0, \\ x+y+2=0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=-\frac{3}{5}, \\ y=-\frac{7}{5}, \end{cases}$ 因为所求直线和直线 $3x+y-1=0$ 垂直, 所以所求直

线的斜率 $k=\frac{1}{3}$, 所以有 $y-[-\frac{7}{5}]=\frac{1}{3}[x-[-\frac{3}{5}]]$, 即所求的直线方程为 $5x-15y-18=0$.

例 2 D 解析 由两点间的距离公式, 得 $|AC|=\sqrt{[3-(-1)]^2+(4-0)^2}=4\sqrt{2}$,

$|CB|=\sqrt{(3-5)^2+(4-6)^2}=2\sqrt{2}$, 故 $\frac{|AC|}{|CB|}=\frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=2$.

[跟踪训练] 2 解 设 $P(x, 0)$, $|PA|=\sqrt{(x+1)^2+(-2)^2}$, $|PB|=\sqrt{(x-2)^2+(-\sqrt{7})^2}$,

$\therefore |PA|=|PB|$, $\therefore \sqrt{(x+1)^2+4}=\sqrt{(x-2)^2+7}$, 解得 $x=1$, $\therefore P(1, 0)$, $\therefore |PA|=\sqrt{1+1^2+4}=2\sqrt{2}$.

例 3 (1) 解析 法一 取 $m=1$, 得直线 $y=-4$. 取 $m=\frac{1}{2}$, 得直线 $x=9$.

故两直线的交点为 $(9, -4)$, 下面验证直线 $(m-1)x+(2m-1)y=m-5$ 恒过点 $(9, -4)$.

将 $x=9$, $y=-4$ 代入方程, 左边 $=(m-1) \cdot 9 - 4 \cdot (2m-1) = m-5 =$ 右边, 故直线恒过点 $(9, -4)$.

法二 直线方程可变形为 $(x+2y-1)m-(x+y-5)=0$,

$\therefore$ 对任意 m 该方程恒成立, $\therefore \begin{cases} x+2y-1=0, \\ x+y-5=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=9, \\ y=-4. \end{cases}$ 故直线恒过定点 $(9, -4)$.

(2) 解 $\therefore (m+1)x-y-7m-4=0$, $\therefore m(x-7)+(x-y-4)=0$,



$$\therefore \begin{cases} x-7=0, \\ x-y-4=0, \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} x=7, \\ y=3. \end{cases} \quad \therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为}(7,3).$$

[跟踪训练]3 证明 将直线方程整理为 $a(3x-y)+(-x+2y-1)=0$.

因为直线 $3x-y=0$ 与 $x-2y+1=0$ 的交点为 $\left(\frac{1}{5}, \frac{3}{5}\right)$, 即直线系恒过第一象限内的定点 $\left(\frac{1}{5}, \frac{3}{5}\right)$, 所以无论 a 为何值, 直线总经过第一象限.

【当堂达标】

1. B 解析 由 $\begin{cases} 3x+4y-5=0, \\ 3x+5y-6=0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=\frac{1}{3}, \\ y=1. \end{cases}$

2. C 解析 由两点间的距离公式得: $\sqrt{x^2+y^2}=1$.

3. B 解析 联立直线方程 $\begin{cases} y=kx+1, \\ x-y-1=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=\frac{2}{1-k}, \\ y=\frac{1+k}{1-k}, \end{cases}$

$\therefore$ 直线的交点在第一象限, $\therefore \begin{cases} \frac{2}{1-k} > 0, \\ \frac{1+k}{1-k} > 0, \end{cases}$ 解不等式组可得 $-1 < k < 1$, 故选 B.

4. (0, 1) 解析 由直线 $(m+2)x-(m+1)y+m+1=0$ 变形为 $m(x-y+1)+(2x-y+1)=0$,

令 $\begin{cases} x-y+1=0, \\ 2x-y+1=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=0, \\ y=1, \end{cases} \therefore$ 该直线过定点(0, 1).

5. $2x+y-4=0$ 解析 设所求直线方程为 $3x-y+4+\lambda(x+y-4)=0$,

即 $(3+\lambda)x+(\lambda-1)y+4-4\lambda=0$, $\therefore k=\frac{3+\lambda}{1-\lambda}=-2$, 解得 $\lambda=5$. $\therefore$ 所求直线方程为 $2x+y-4=0$.

6. 解 (1) 由于 l_1 与 l_2 相交于一点 $P(m, 1)$, 故把点 $P(m, 1)$ 代入 l_1, l_2 的方程得 $m^2+8+n=0$, $2m+m-1=0$, 联立解得 $m=\frac{1}{3}$, $n=-\frac{73}{9}$.

(2) 当 $m=0$ 时, $l_1: 8y+n=0$, $l_2: 2x-1=0$, 不满足 $l_1 \parallel l_2$.

当 $m \neq 0$ 时, $\therefore l_1 \parallel l_2$ 且 l_1 过点(3, -1), $\therefore \begin{cases} -\frac{m}{8} = -\frac{2}{m}, \\ 3m-8+n=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=4, \\ n=-4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=-4, \\ n=20. \end{cases}$

(3) 由 $l_1 \perp l_2$ 且 l_1 在 y 轴上的截距为 -1, 得 $\begin{cases} 2m+8n=0, \\ -\frac{n}{8} = -1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=0, \\ n=8. \end{cases}$



反盗版维权声明

北京凤凰学易科技有限公司（学科网：www.zxxk.com）郑重发表如下声明：

一、本网站原创内容，由本网站依照运营规划，安排专项经费，组织名校名师创作完成，本公司拥有著作权。

二、本网站刊登的试卷、教案、课件、学案等内容，经著作权人授权，本公司享有独家信息网络传播权。

三、任何个人、企事业单位（含教育网站）或者其他组织，未经本公司许可，不得以复制、发行、表演、广播、信息网络传播、改编、汇编、翻译等任何方式使用本网站任何作品及作品的组成部分。

四、一旦发现侵犯本网站作品著作权的行为，欢迎予以举报。

举报电话：010-58425260。

举报内容对查实侵权行为确有幫助的，一经确认，将给予所获得奖励。

五、我们将联合全国各地文化执法机关和相关司法机构，并结合广大用户和网友的举报，严肃清理侵权盗版行为，依法追究侵权者的民事、行政和刑事责任！

特此声明！

北京凤凰学易科技有限公司

